

Universidad Complutense de Madrid

**Nueva Estrategia Automática de Refinamientos
hp “Orientada a un Objetivo” para la Simulación de
Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos.**

**David Pardo Zubiaur (dzubiaur@yahoo.es),
L. Demkowicz, C. Torres Verdín, L. Tabarovsky.**

**Colaboradores: L.E. García Castillo, W. Rachowicz, A. Zdunek,
D. Xue, J. Kurtz, M. Paszynski, Ch. Larson.**

Agradecimientos: Baker-Atlas, C. Torres Verdín.

15 de Diciembre, 2004.

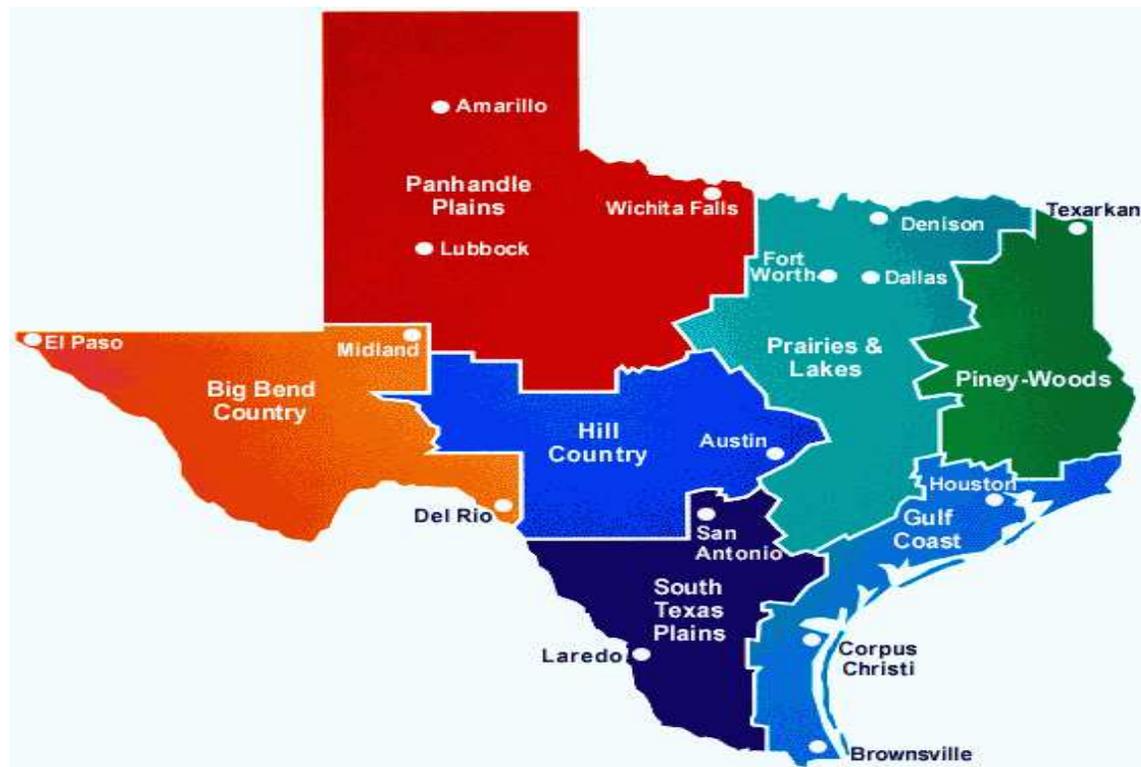
**Institute for Computational Engineering and Sciences (ICES).
Universidad de Tejas en Austin.**

TEMARIO

1. Universidad de Tejas en Austin.
2. Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos.
3. Electromagnetismo y Ecuaciones de Maxwell.
4. Elementos Finitos *hp*.
5. Estrategia de Refinamientos Automáticos en *hp*.
6. Resultados Numéricos Preliminares.
7. Estrategia de Refinamientos Automáticos en *hp* “orientada a un objetivo”.
8. Simulación de Herramientas Electromagnéticas.
9. Conclusiones.

UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

TEJAS



Everything is bigger in Texas

UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

TEJAS



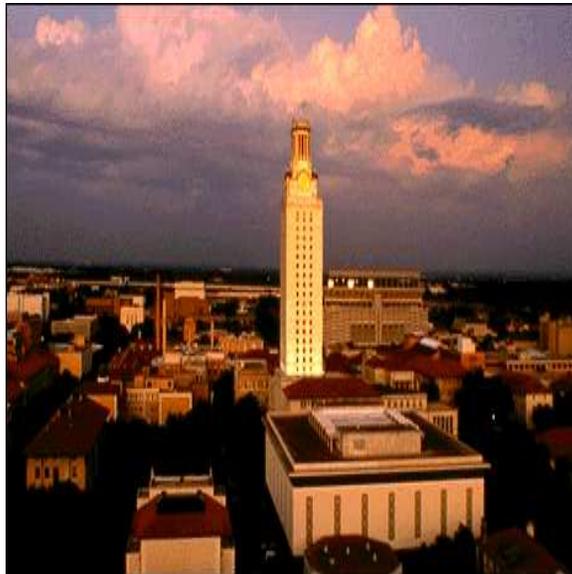
UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

AUSTIN



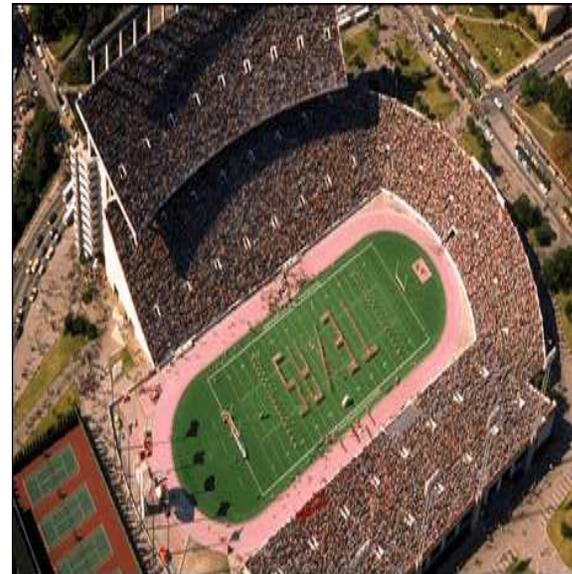
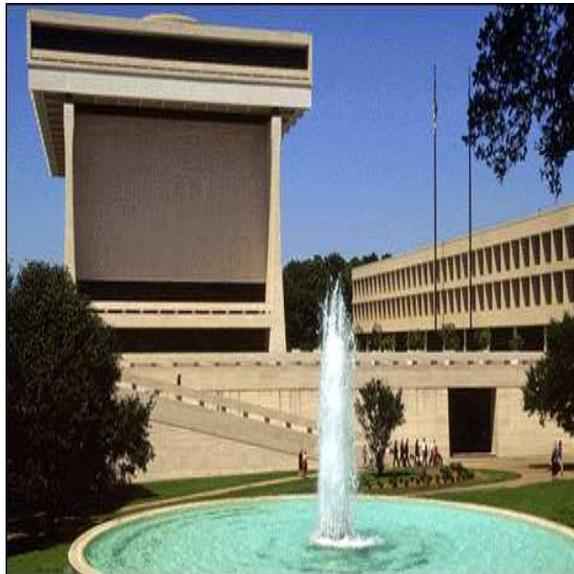
UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

Universidad de Tejas en Austin



UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

Universidad de Tejas en Austin



UNIVERSIDAD DE TEJAS EN AUSTIN

Institute for Computational Engineering and Sciences (ICES)

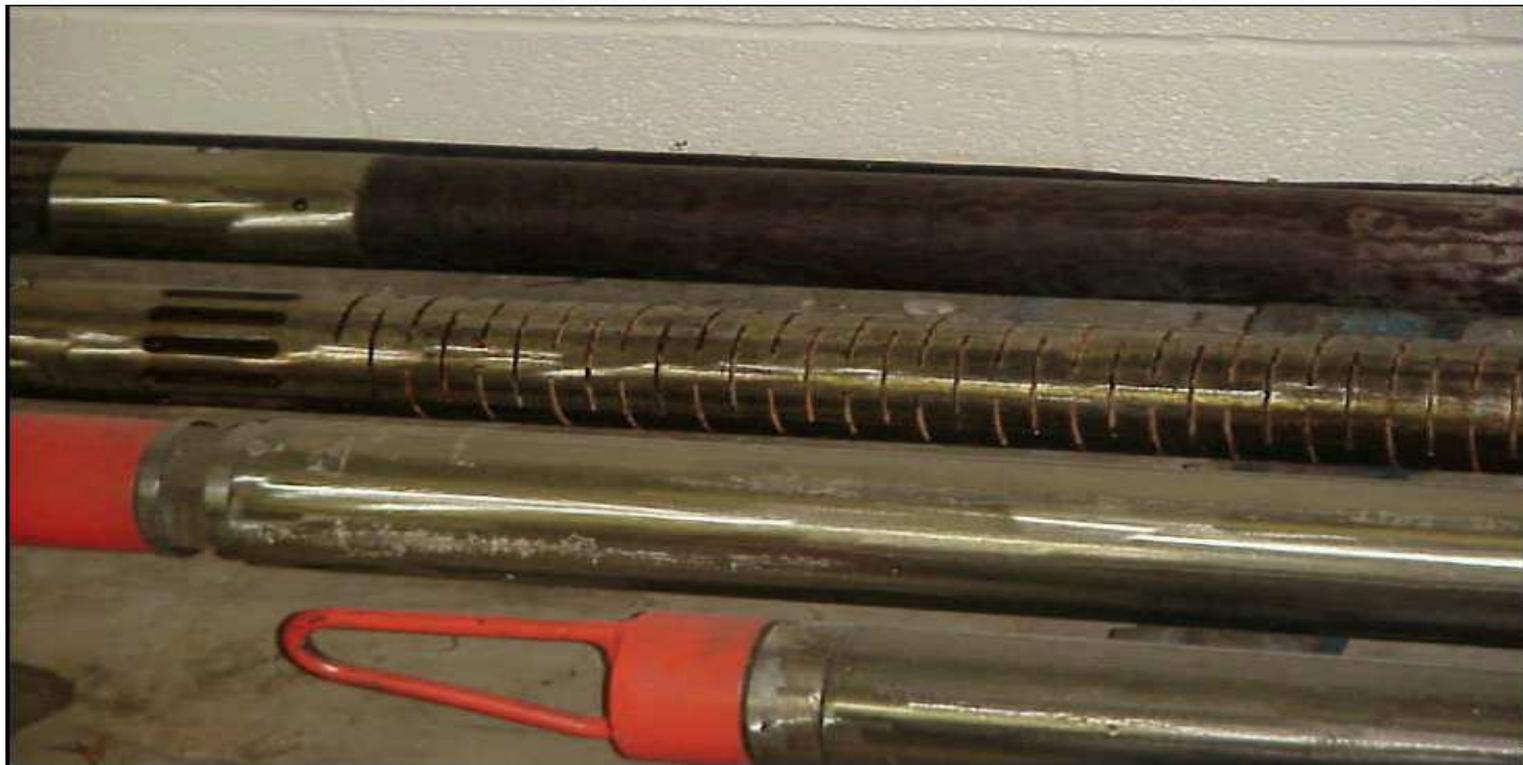


Programa Interdisciplinar

- 1/3 Matemáticas
- 1/3 Métodos Numéricos (Informática)
- 1/3 Ingeniería

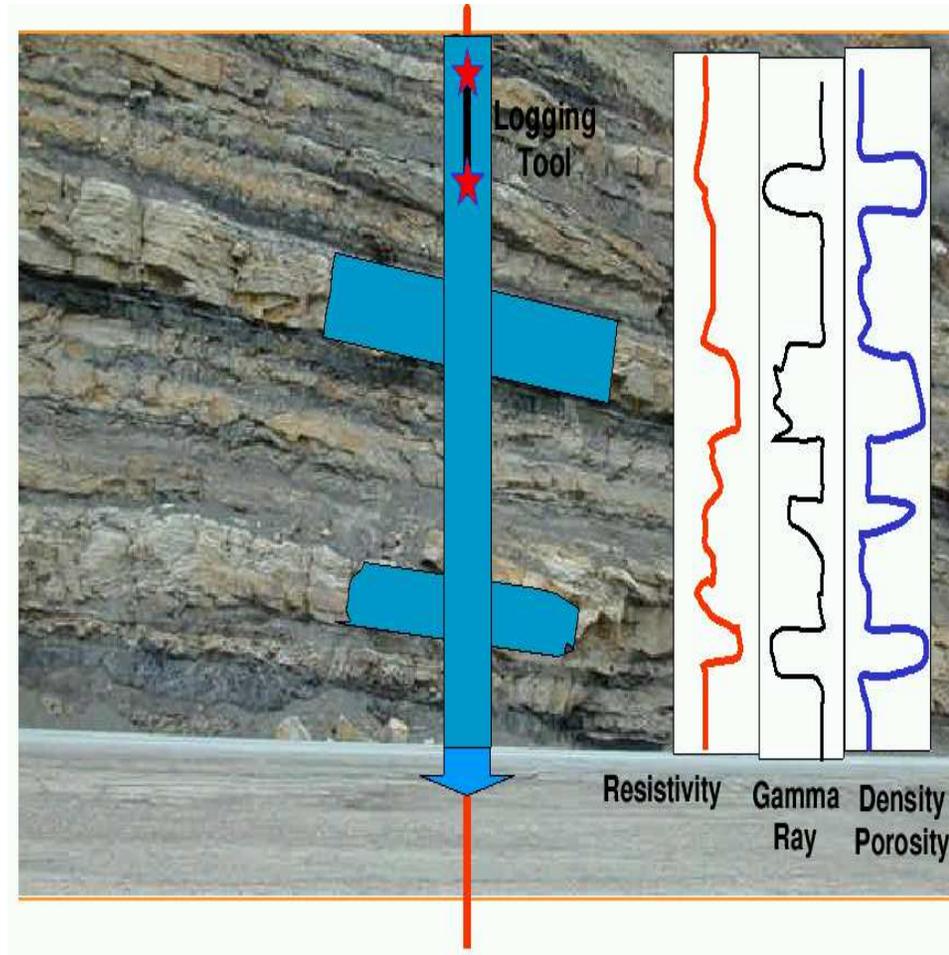
Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos

Herramientas de Perforación: Definición



Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos

Herramientas de Perforación: Utilidad



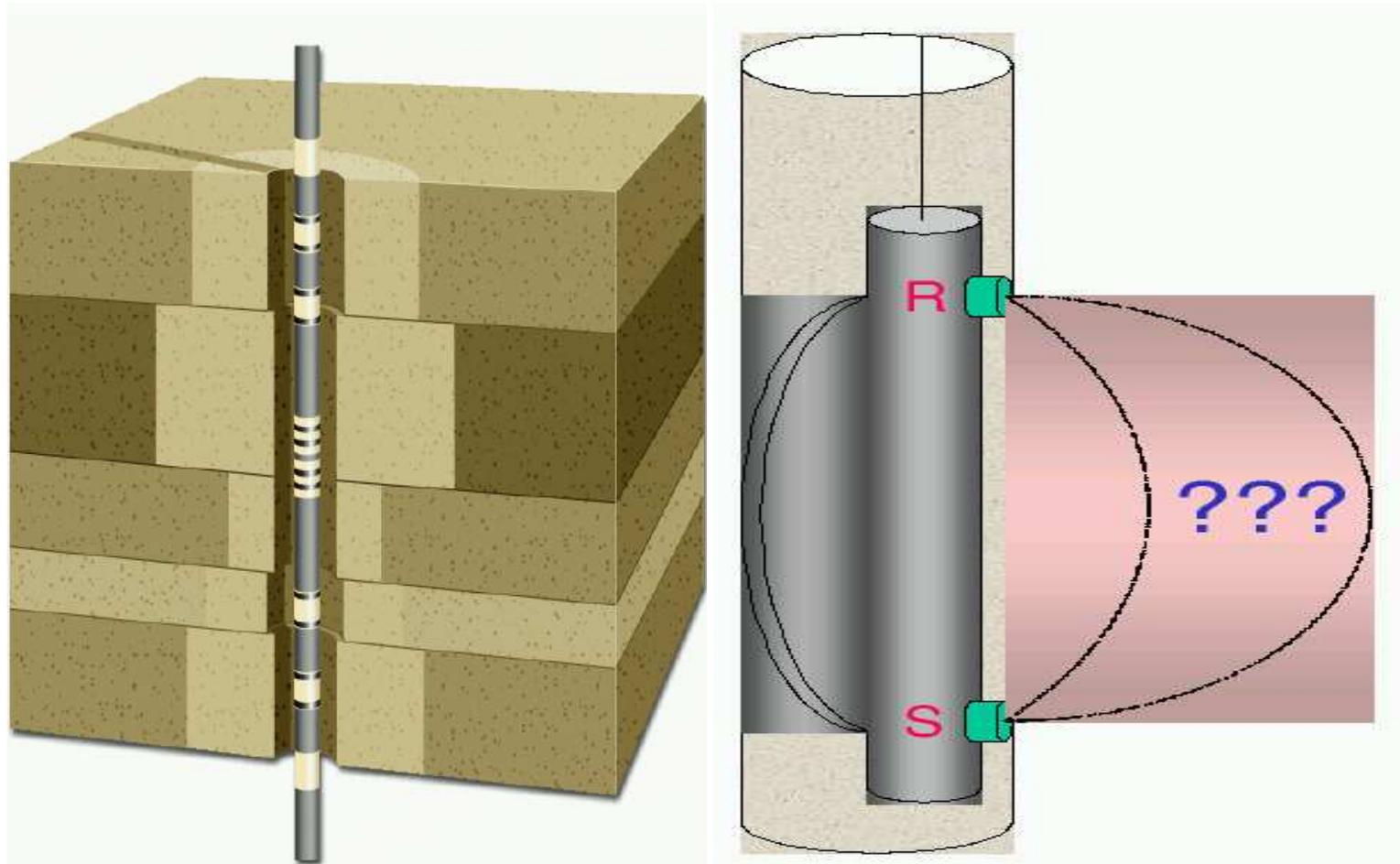
OBJETIVOS: Determinar

- Zonas con Petr6leo/Gas.
- Cantidad de Petr6leo/Gas.
- Capacidad de extracci6n de Petr6leo/Gas.

\$

Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos

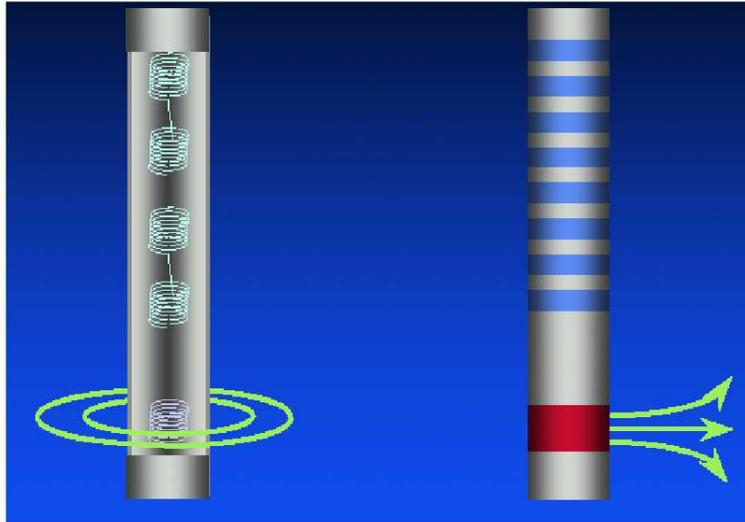
Objetivo Principal: Resolver un Problema Inverso



Software para resolver el problema DIRECTO es esencial para resolver el problema INVERSO.

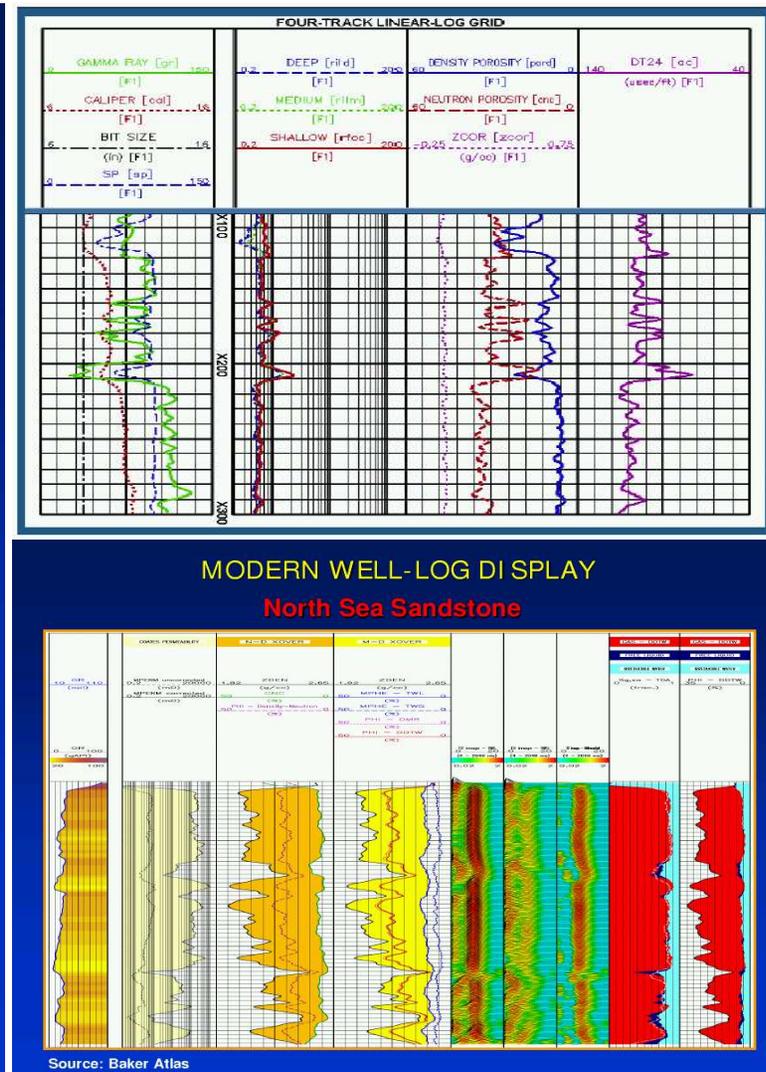
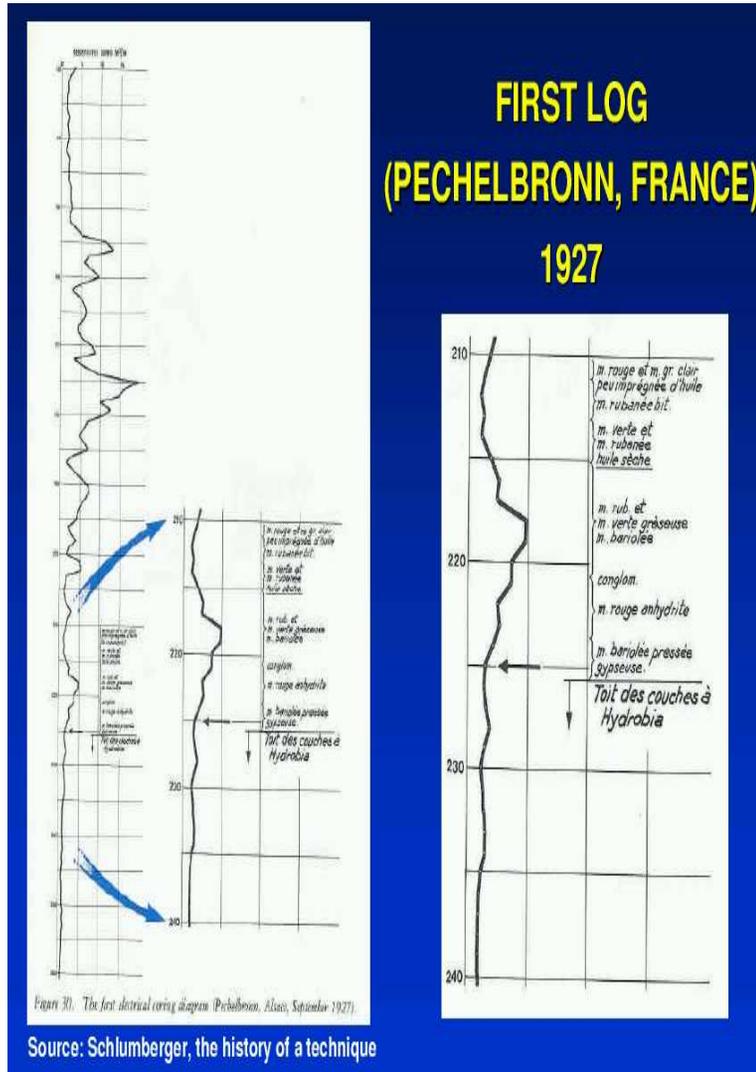
Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos

Herramientas de Resistividad

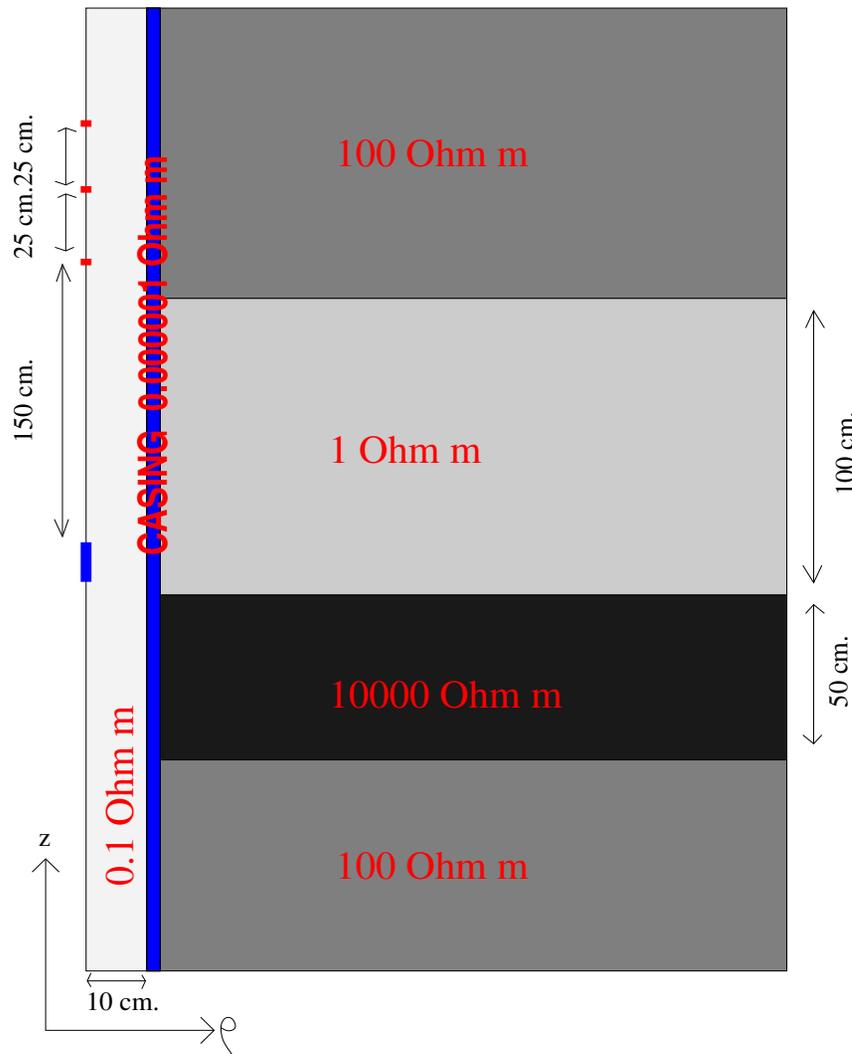


Herramientas Electromagnéticas en Pozos Petrolíferos

Resultados producidos por distintas herramientas de medición



Herramientas Electromagnéticas con una Tubería Metálica Rodeando al Pozo



Problema con simetría axial.

Cinco materiales diferentes.

Dominio computacional:
VARIOS KILÓMETROS.

Resistividad de los materiales
varía en DIEZ órdenes de
magnitud (10000000000!!!).

**Objetivo: Determinar segunda
diferencia de potencial en los
electrodos receptores.**

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Ecuaciones de Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = (j\omega\mu\epsilon)\mathbf{H} , \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho , \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0 , \end{array} \right.$$

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Ecuaciones de Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = (j\omega\mu\epsilon)\mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0, \end{array} \right. \quad \omega \Rightarrow 0$$

Frecuencia = 0 Hz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Ecuaciones de Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = (j\omega\mu\epsilon)\mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0, \end{array} \right. \quad \omega=0 \implies$$

Frecuencia = 0 Hz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

$\nabla \times \mathbf{E} = 0$ implica $\mathbf{E} = -\nabla\Psi$ para algún potencial Ψ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma\nabla\Psi + \mathbf{J} \\ -\nabla \cdot \epsilon\nabla\Psi = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Ecuaciones de Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = (j\omega\mu\epsilon)\mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0, \end{array} \right. \quad \omega=0 \implies$$

Frecuencia = 0 Hz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

$\nabla \times \mathbf{E} = 0$ implica $\mathbf{E} = -\nabla\Psi$ para algún potencial Ψ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma\nabla\Psi + \mathbf{J} \\ -\nabla \cdot \epsilon\nabla\Psi = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right. \quad \nabla \circ \implies \left\{ \begin{array}{l} -\nabla \cdot \sigma\nabla\Psi = \nabla \cdot \mathbf{J}, \\ -\nabla \cdot \epsilon\nabla\Psi = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Ecuaciones de Maxwell:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = (j\omega\mu\epsilon)\mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0, \end{array} \right. \quad \xrightarrow{\omega=0}$$

Frecuencia = 0 Hz:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \cdot \epsilon\mathbf{E} = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

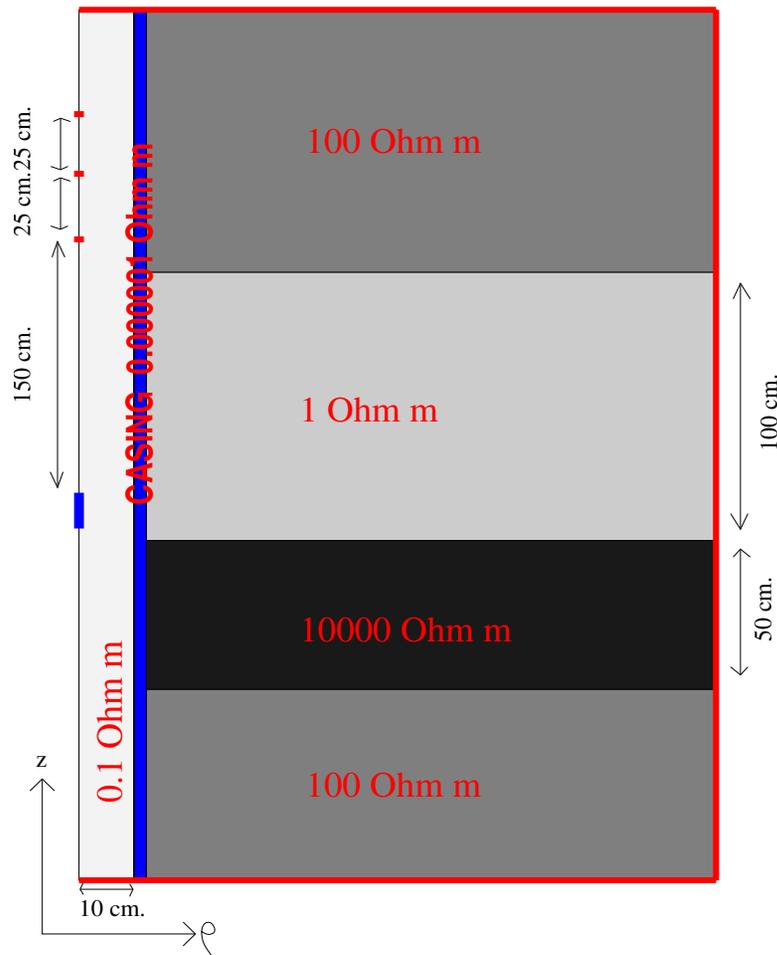
$\nabla \times \mathbf{E} = 0$ implica $\mathbf{E} = -\nabla\Psi$ para algún potencial Ψ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{H} = -\sigma\nabla\Psi + \mathbf{J} \\ -\nabla \cdot \epsilon\nabla\Psi = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right. \quad \xrightarrow{\nabla \circ} \left\{ \begin{array}{l} -\nabla \cdot \sigma\nabla\Psi = \nabla \cdot \mathbf{J}, \\ -\nabla \cdot \epsilon\nabla\Psi = \rho, \\ \nabla \cdot \mu\mathbf{H} = 0. \end{array} \right.$$

$$\boxed{-\nabla \cdot \sigma\nabla\Psi = \nabla \cdot \mathbf{J}}$$

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:



Condición de frontera de Dirichlet (**Esencial**) para truncar el dominio de computación.

No imponemos condiciones de frontera en el eje de simetría axial.

Término en la frontera para simular el electrodo fuente.

ECUACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MEDIO

Ecuaciones de Maxwell en el Dominio de la Frecuencia:

Formulación Variacional en 3D:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Find } \Psi \in \Psi_D + V \text{ tal que :} \\ \int_{\Omega} \sigma \nabla \Psi \nabla \xi \, dV = \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{J} \, \xi \, dV + \int_{\Gamma_N} g \, \xi \, dS \quad \forall \xi \in V . \end{array} \right.$$

Usando Coordenadas Cilíndricas:

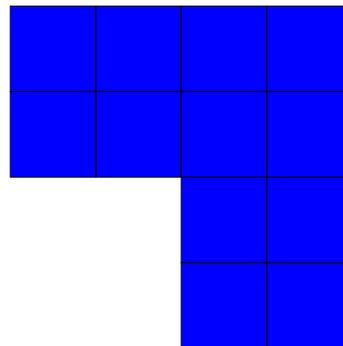
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Find } \Psi \in \Psi_D + V \text{ tal que :} \\ \int_{\Omega} \sigma \nabla \Psi \nabla \xi \, \rho \, d\rho d\psi dz = \int_{\Omega} \nabla \cdot \mathbf{J} \, \xi \, \rho \, d\rho d\psi dz + \int_{\Gamma_N} g \, \xi \, dS \quad \forall \xi \in V . \end{array} \right.$$

Usando Notación de Elementos Finitos:

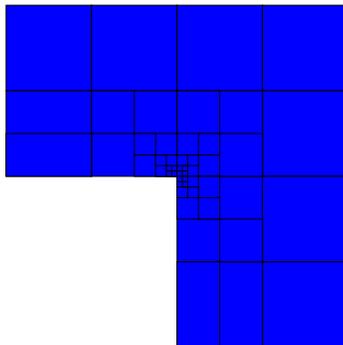
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Find } \Psi \in \Psi_D + V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V . \end{array} \right.$$

ELEMENTOS FINITOS *HP*

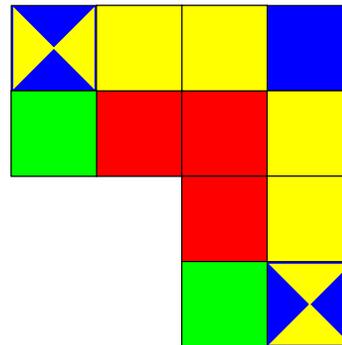
Diferentes tipos de refinamientos en elementos finitos:



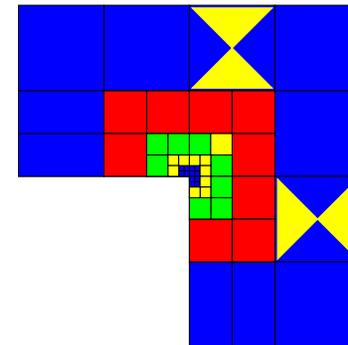
Malla inicial



Malla refinada en h



Malla refinada en p



Malla refinada en hp

ELEMENTOS FINITOS *HP*

**CONVERGENCIA EXPONENCIAL CONVERGENCIA
EXPONENCIAL CONVERGENCIA EXPONENCIAL**
en problemas CON y sin singularidades

si el mallado es óptimo en hp

El error de dispersión es más pequeño

a medida que p incrementa.

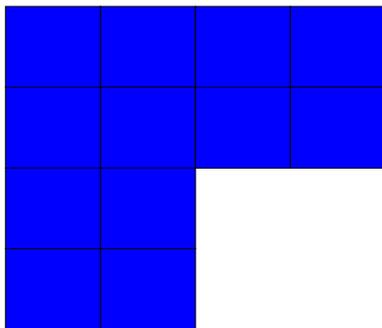
Es posible reproducir más detalles geométricos

a medida que el tamaño h de cada elemento disminuye.

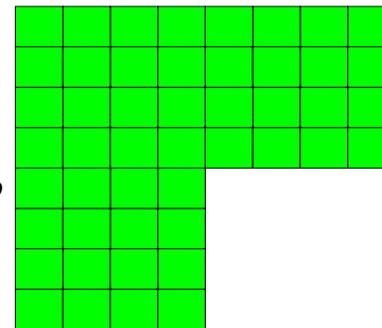
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Refinamientos automáticos en hp

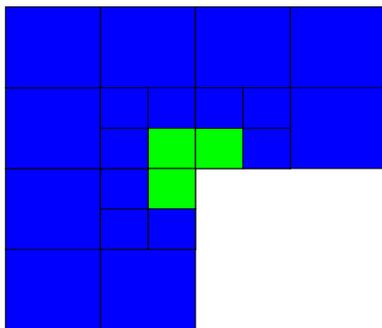
Mallas gruesas
(hp)



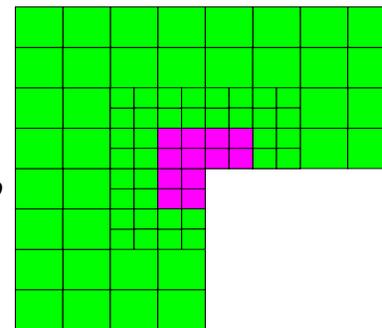
Mallas finas
($h/2, p + 1$)



Refinamiento global hp



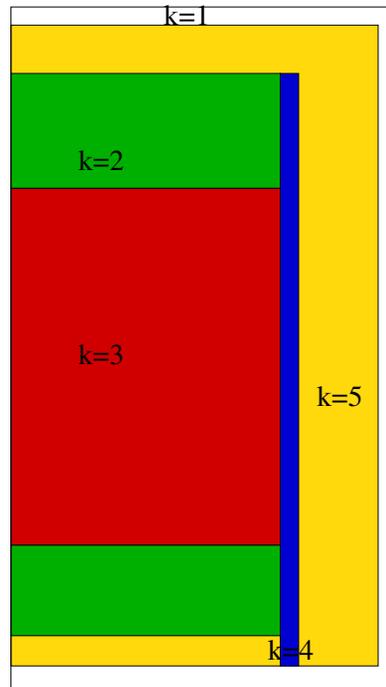
Refinamiento global hp



**MÉTODO DE SOL. EN MALLAS FINAS:
RESOLVEDOR DE DOS MALLAS**

REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Ecuación del calor NO isotrópica (Laboratorios de Sandia, EEUU).

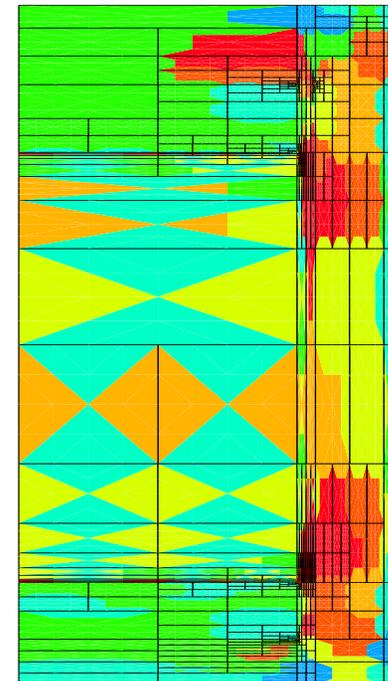


Ecuación: $\nabla(K\nabla u) = f^{(k)}$

$$K = K^{(k)} = \begin{bmatrix} K_x^{(k)} & 0 \\ 0 & K_y^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$K_x^{(k)} = (25, 7, 5, 0.2, 0.05)$$

$$K_y^{(k)} = (25, 0.8, 0.0001, 0.2, 0.05)$$

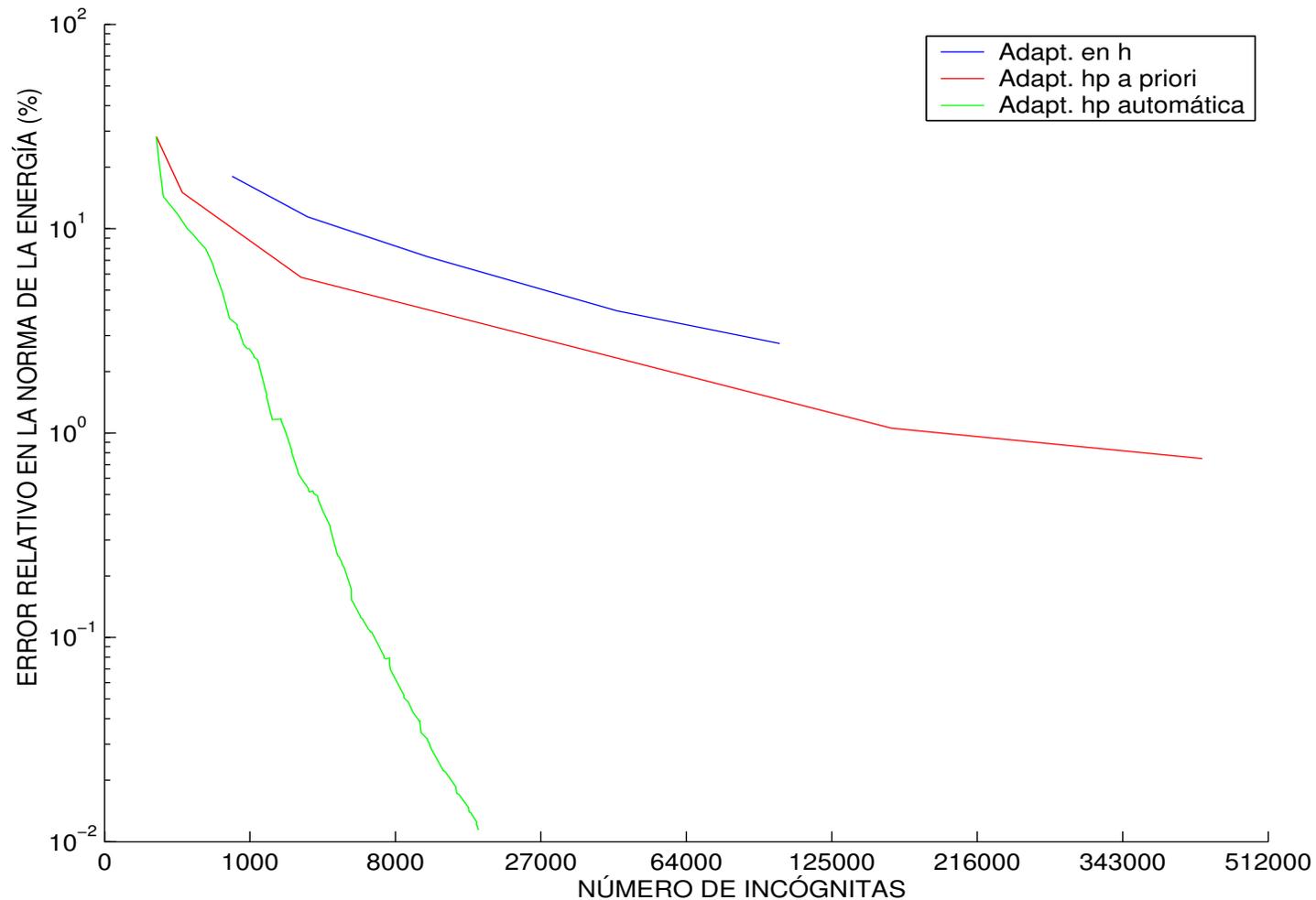


Mallado hp óptimo

REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN *HP*

Convergencia usando distintos tipos de refinamientos

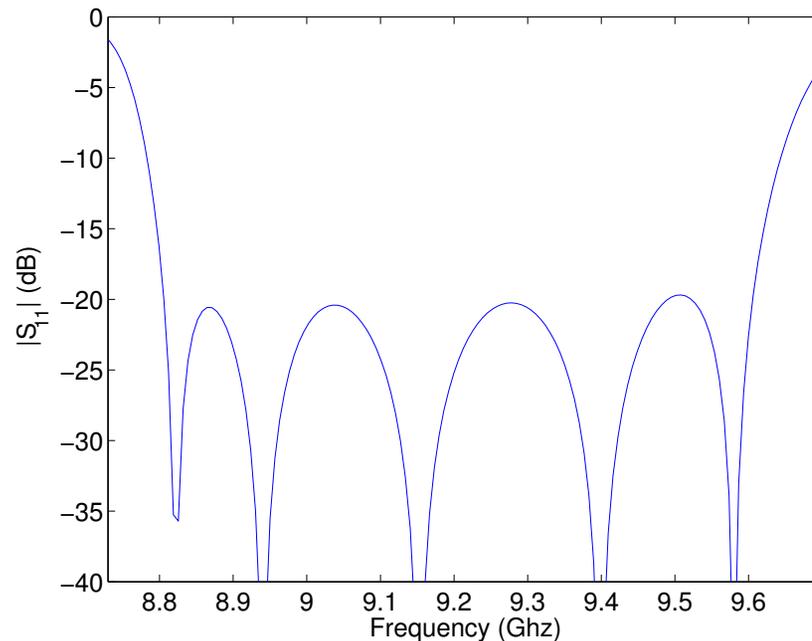
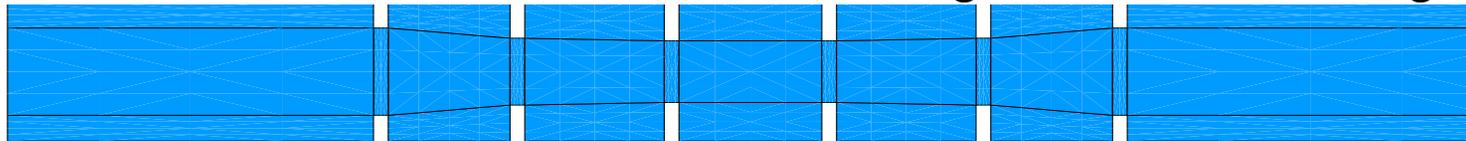
Ecuación del calor NO isotrópica



REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN *HP*

Guía de ondas con seis íris

Geometría de un corte transversal de la guía de ondas rectangular



Cantidad de energía reflejada

Seis íris resonantes en el plano H.

Modo dominante (fuente): TE_{10} .

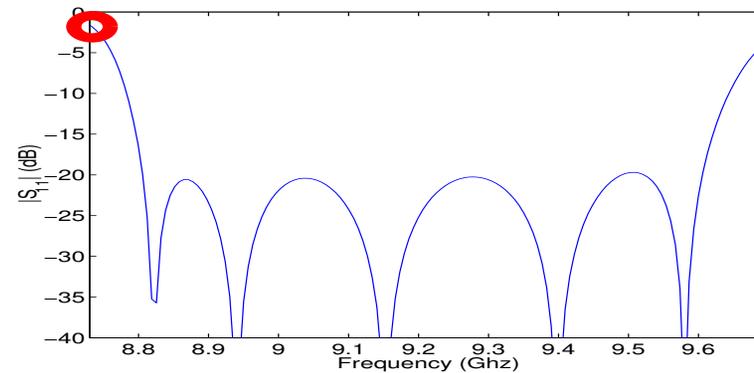
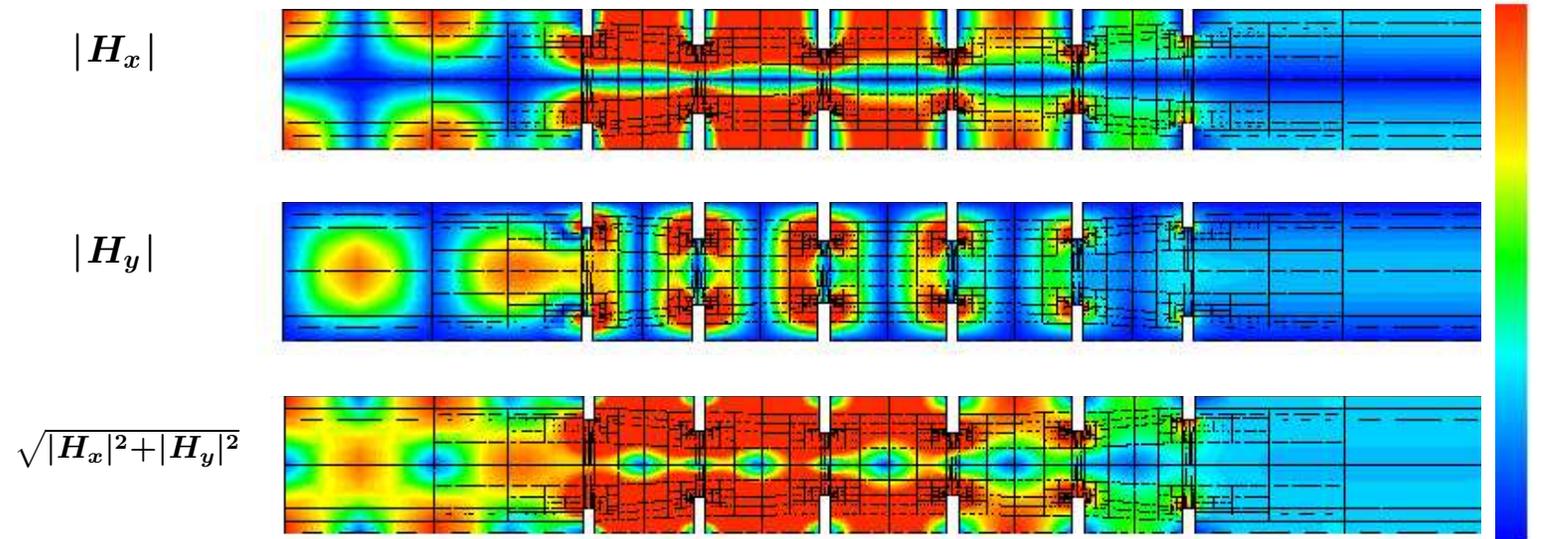
Dimensiones $\approx 20 \times 2 \times 1$ cm.

Frecuencias de interés: $\approx 8.8 - 9.6$ Ghz

Frecuencia de corte: ≈ 6.56 Ghz

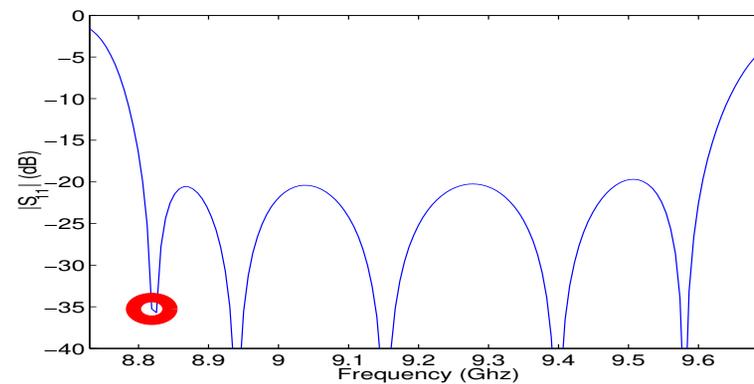
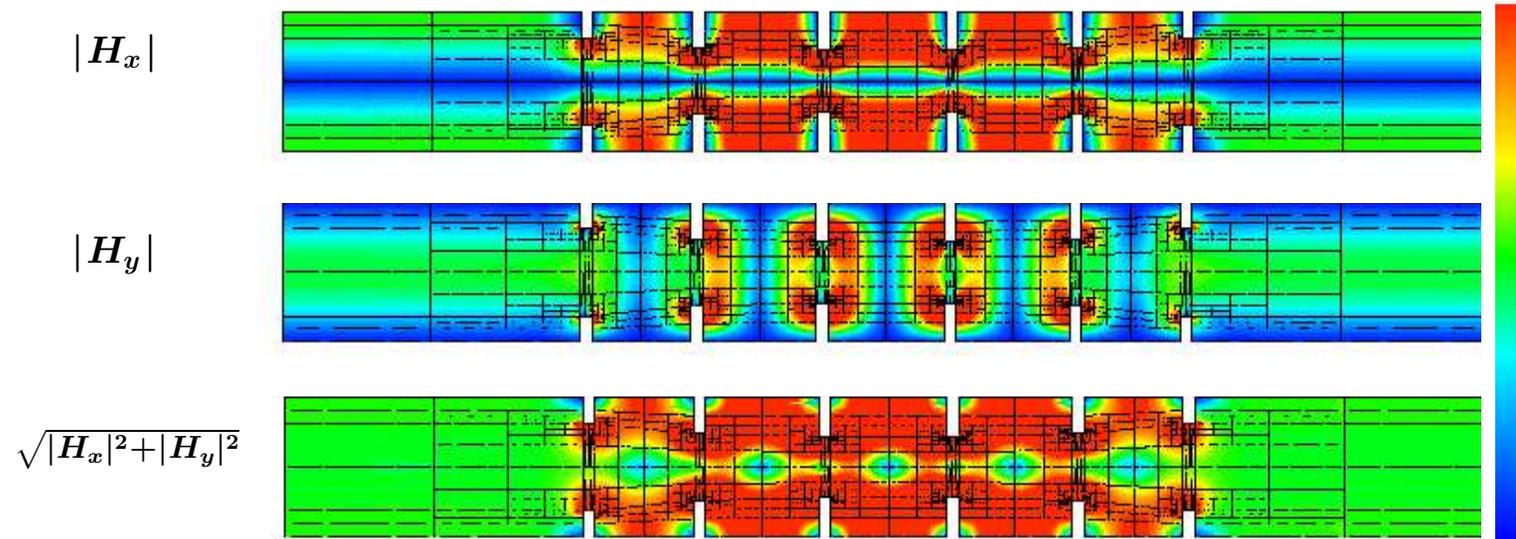
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Solución de Elementos Finitos con frecuencia = 8.72 Ghz



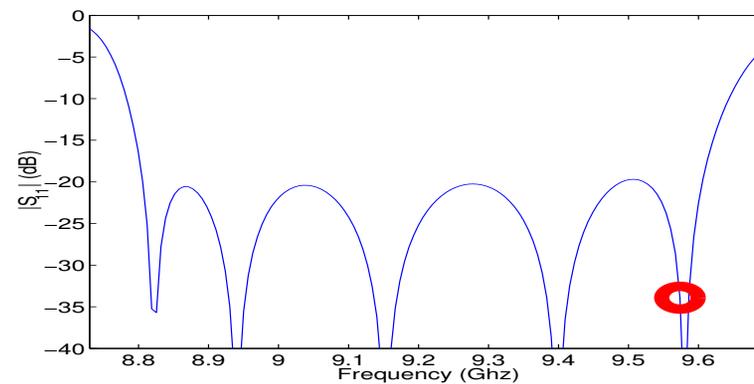
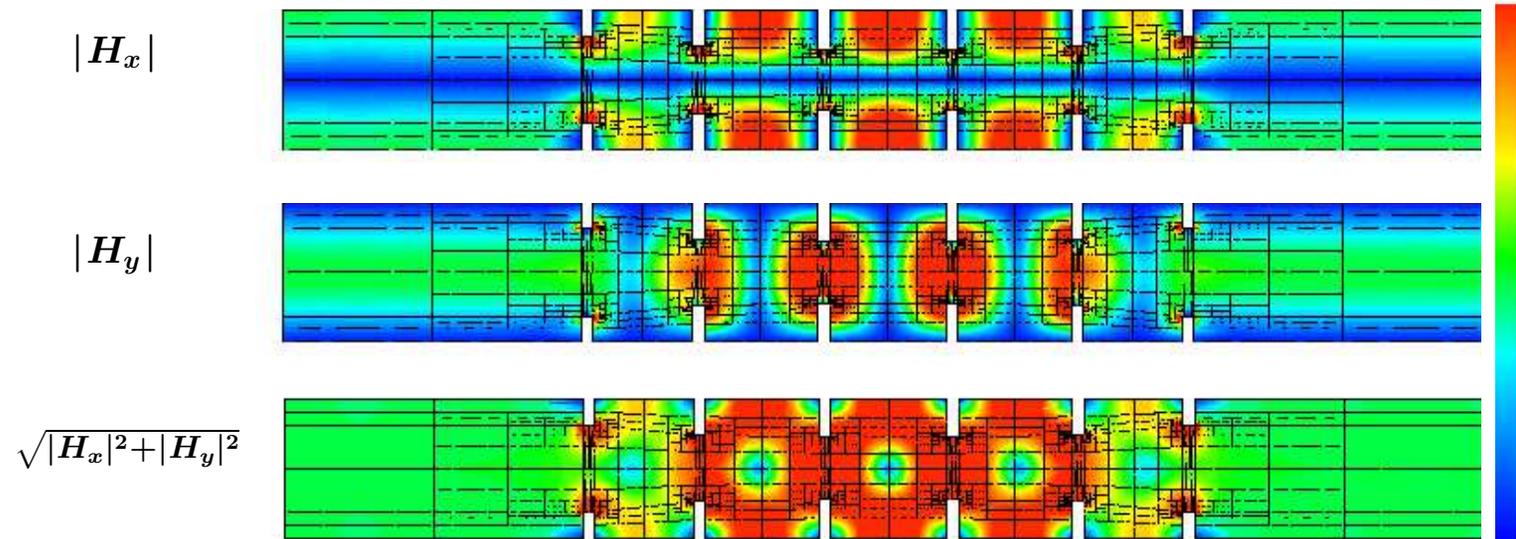
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Solución de Elementos Finitos con frecuencia = 8.82 Ghz



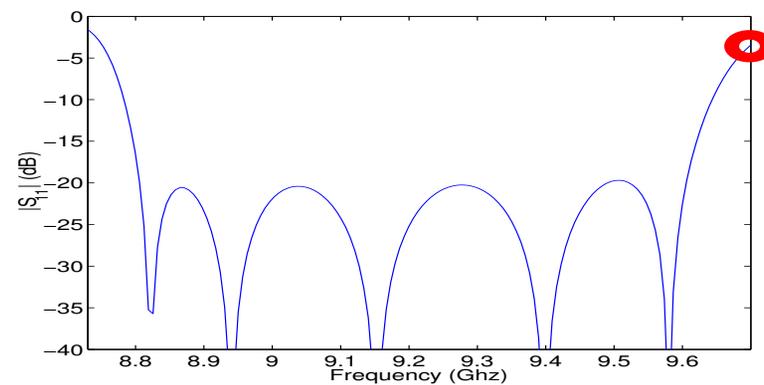
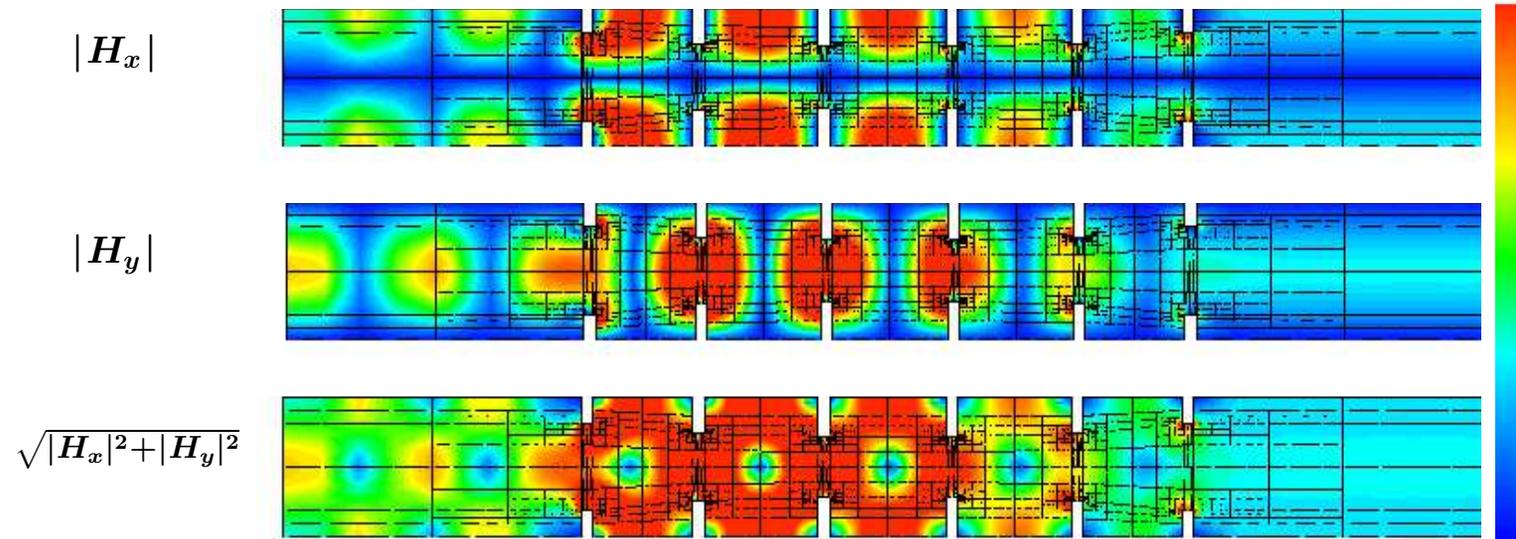
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Solución de Elementos Finitos con frecuencia = 9.58 Ghz



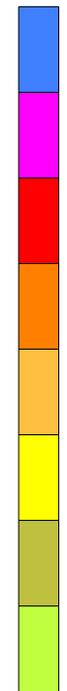
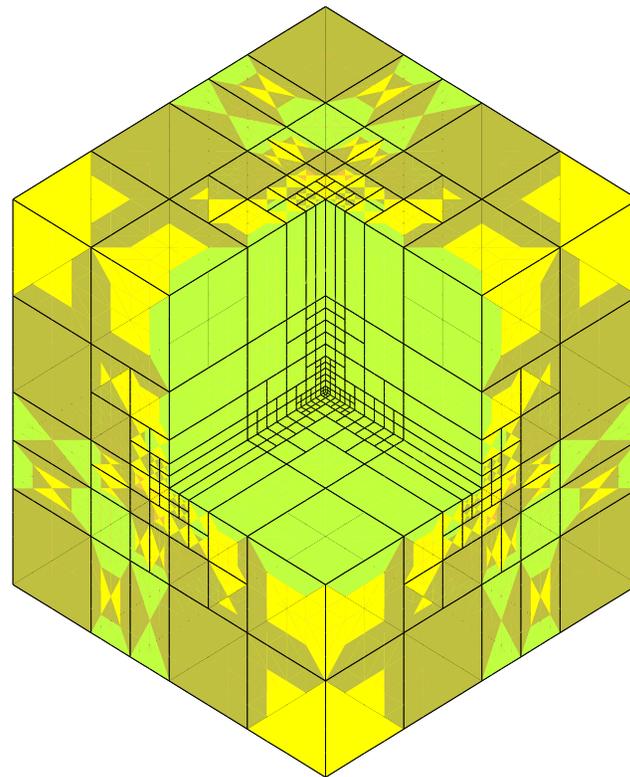
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Solución de Elementos Finitos con frecuencia = 9.71 Ghz



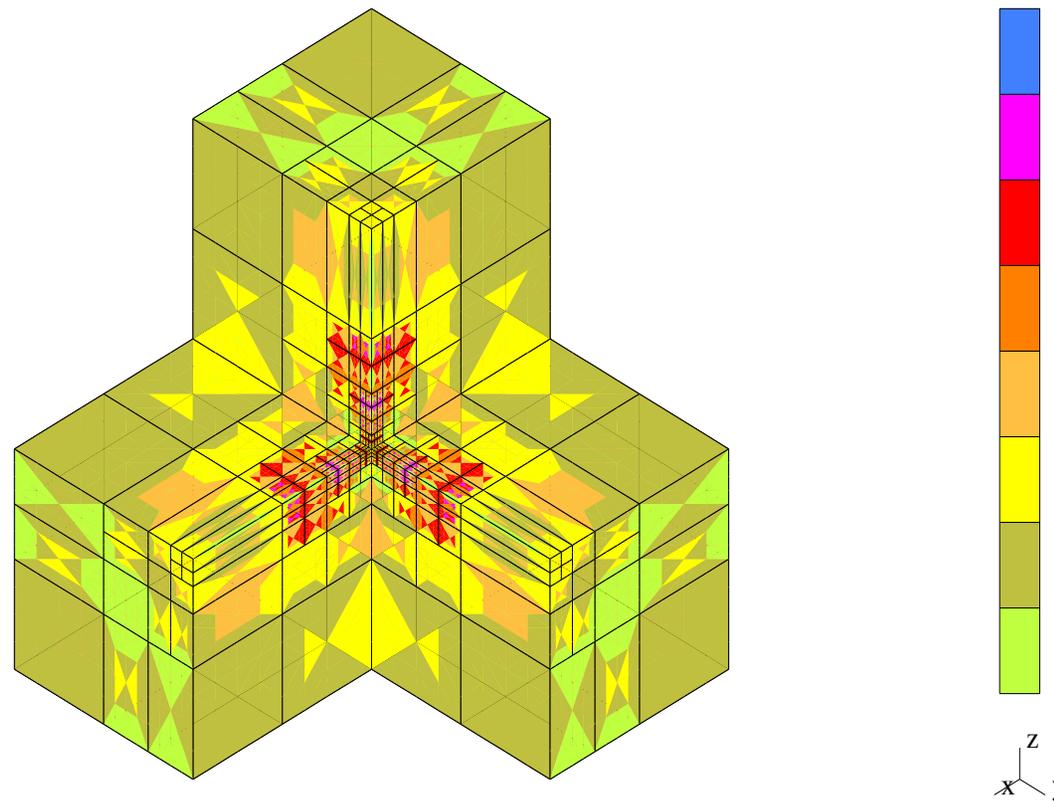
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Problema de Fichera. Mallado hp .



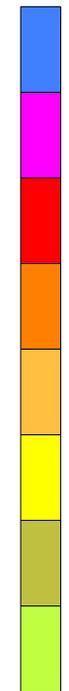
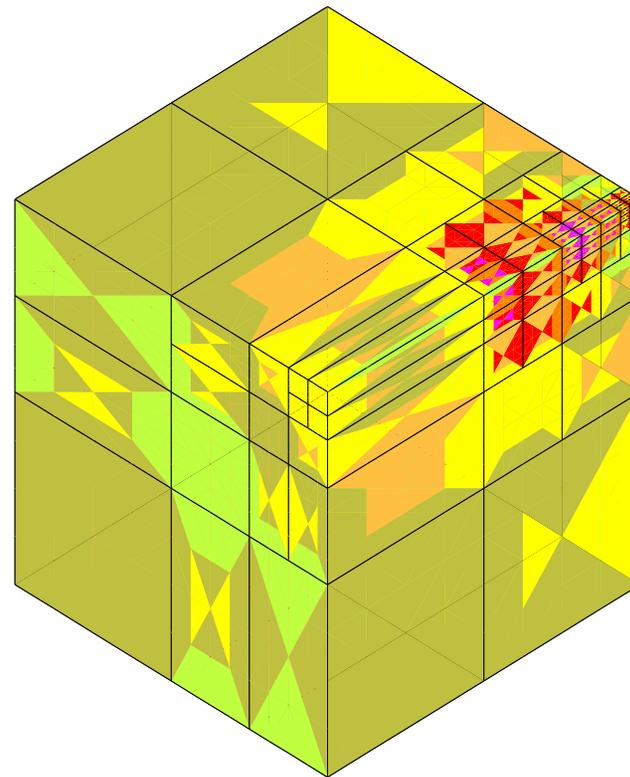
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Problema de Fichera. Mallado hp .



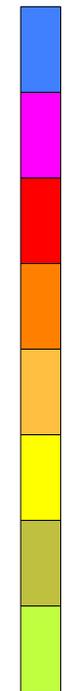
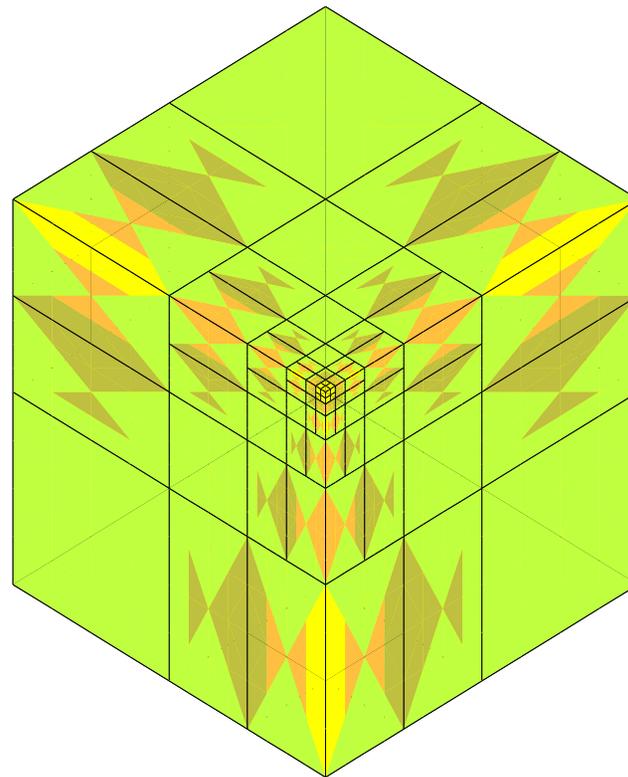
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Problema de Fichera. Mallado hp .



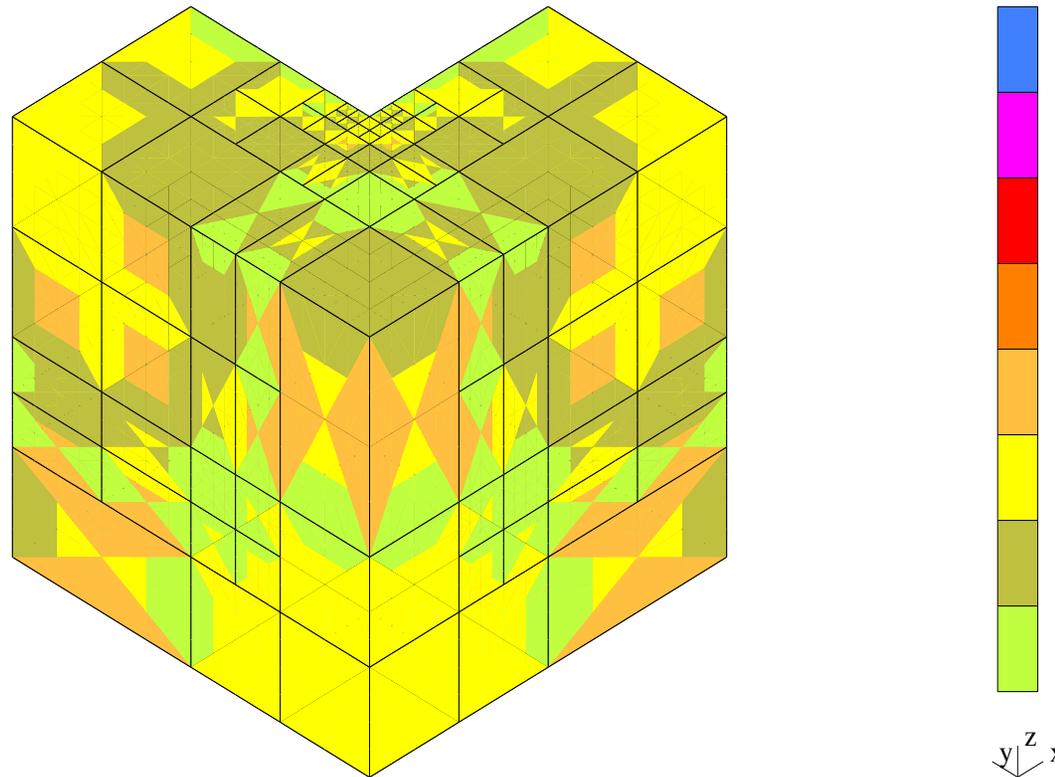
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Problema de Fichera. Mallado hp .



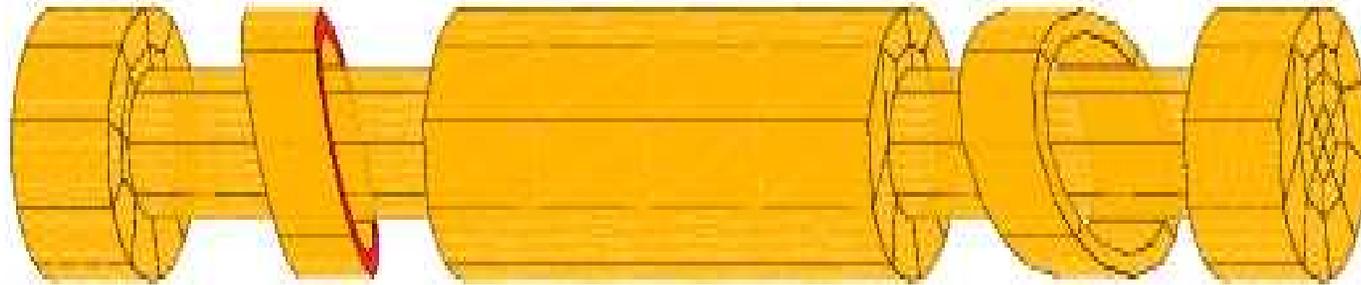
REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN HP

Problema de Fichera. Mallado hp .



REFINAMIENTOS AUTOMÁTICOS ÓPTIMOS EN *HP*

Aplicaciones a la Ingeniería Petrolífera:



Los resultados no son buenos. Por qué ?

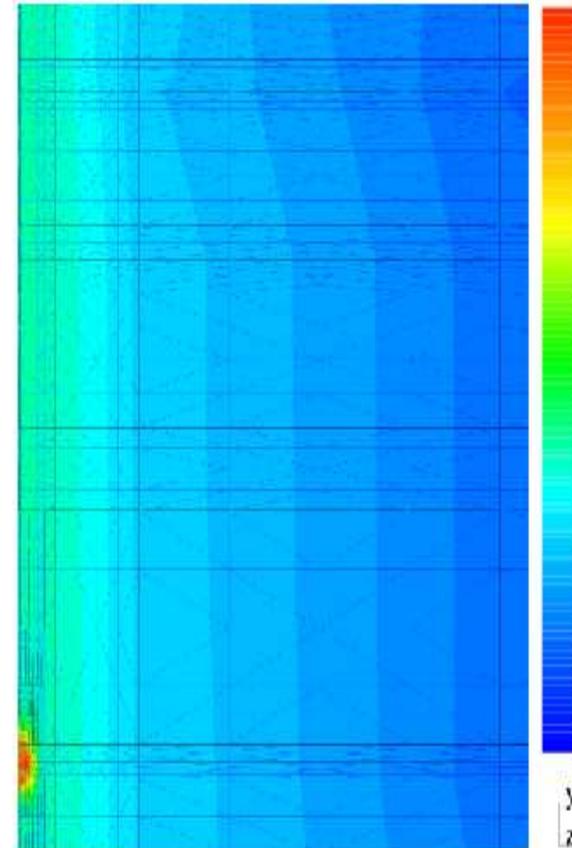
No nos interesa la norma de la energía, sino la solución (o segunda diferencia de potencial, etc.) en los electrodos receptores.

REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

Qué significa adaptatividad 'orientada a un objetivo' ?

Consideramos el siguiente problema:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } \Psi \in V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V . \end{cases}$$



REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

Qué significa adaptatividad 'orientada a un objetivo' ?

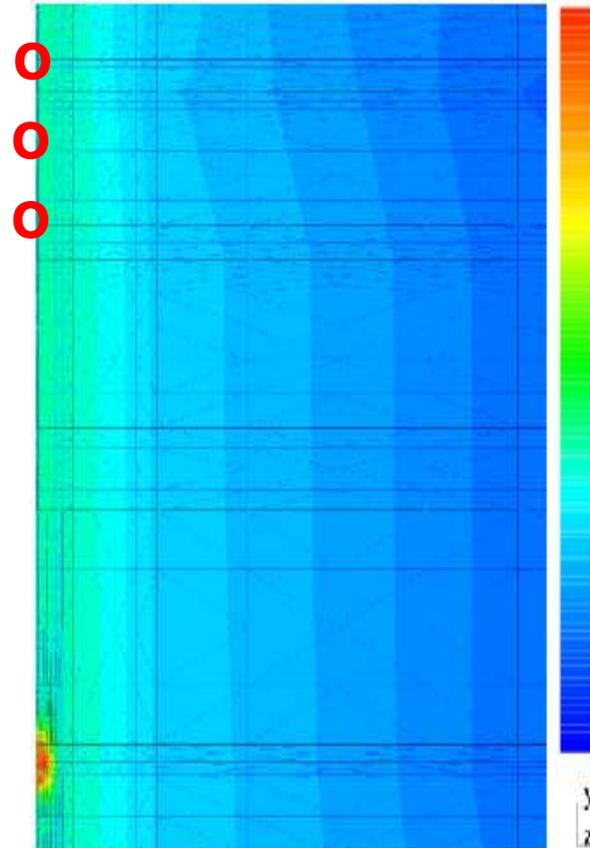
Consideramos el siguiente problema:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } \Psi \in V \text{ tal que :} & \text{NO !!!!!} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V . \end{cases}$$

El problema que *realmente* queremos resolver es:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } L(\Psi), \text{ donde } \Psi \in V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V , \end{cases}$$

donde nuestro objetivo es calcular $L(\Psi)$.



REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

Qué significa adaptatividad 'orientada a un objetivo' ?

Consideramos el siguiente problema:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } \Psi \in V \text{ tal que :} & \text{NO !!!!} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V . \end{cases}$$

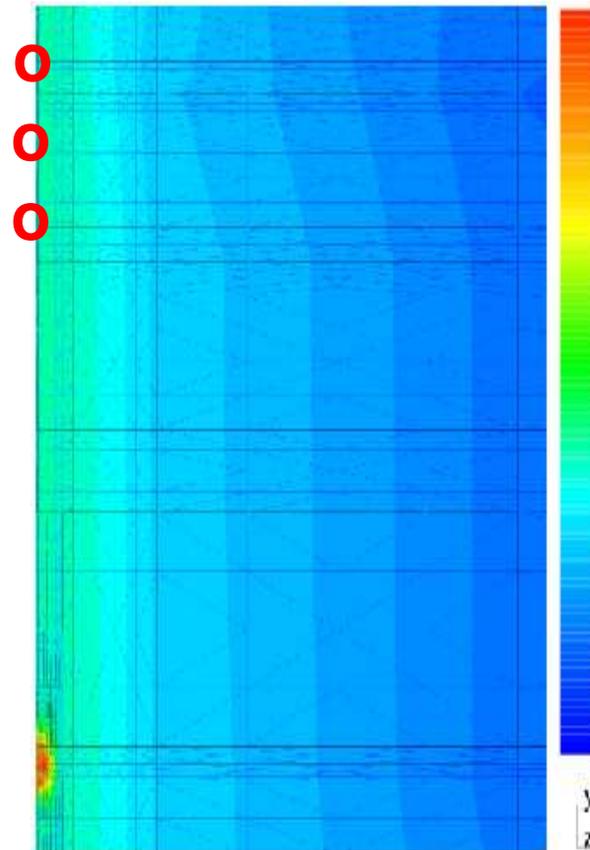
El problema que *realmente* queremos resolver es:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } L(\Psi), \text{ donde } \Psi \in V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V , \end{cases}$$

donde nuestro objetivo es calcular $L(\Psi)$.

Adaptatividad en *HP* 'orientada a un objetivo' consiste en construir un mallado óptimo:

$$\arg \min_{hp: |L(e_{hp})| \leq TOL} N_{hp}$$



REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

Formulación Matemática (Adaptatividad 'Orientada a un Objetivo')

Consideramos el siguiente problema (formulación variacional):

$$\begin{cases} \text{Encontrar } L(\Psi), \text{ donde } \Psi \in V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, \xi) = f(\xi) \quad \forall \xi \in V . \end{cases}$$

Definimos el residual $r_{hp}(\xi) = b(e_{hp}, \xi)$. Buscamos una función G solución del siguiente problema:

$$\begin{cases} \text{Encontrar } G \in V \text{ tal que :} \\ r(G) = L(e_{hp}) . \end{cases}$$

G es la solución del *problema dual*:

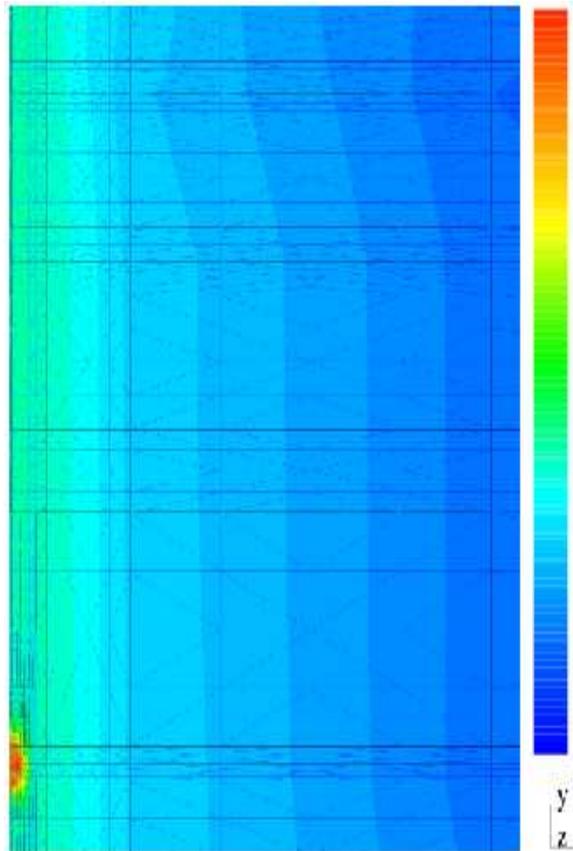
$$\begin{cases} \text{Encontrar } G \in V \text{ tal que :} \\ b(\Psi, G) = L(\Psi) \quad \forall \Psi \in V . \end{cases}$$

En particular, $L(e) = b(e, G)$.

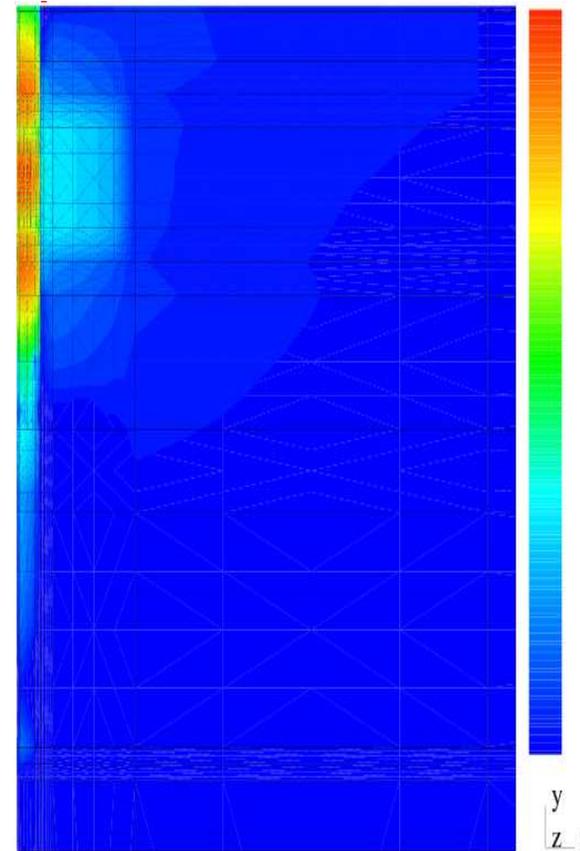
REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

Formulación Matemática (Adaptatividad 'Orientada a un Objetivo')

PROBLEMA DIRECTO



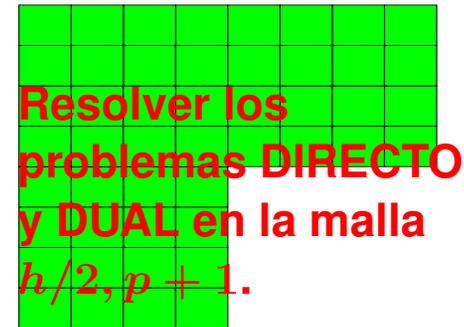
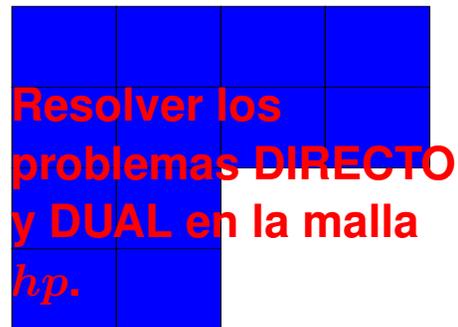
PROBLEMA DUAL



$$L(\Psi) = b(\Psi, G)$$

REFINAMIENTOS ORIENTADOS A UN OBJETIVO

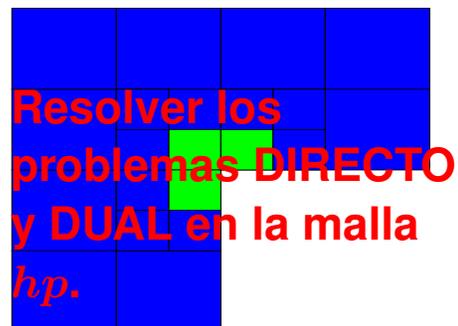
Algoritmo de auto-adaptatividad 'orientada a un objetivo' en HP



Calcular $e = e_{h/2, p+1} - e_{hp}$, y $\epsilon = G_{h/2, p+1} - G_{hp}$.

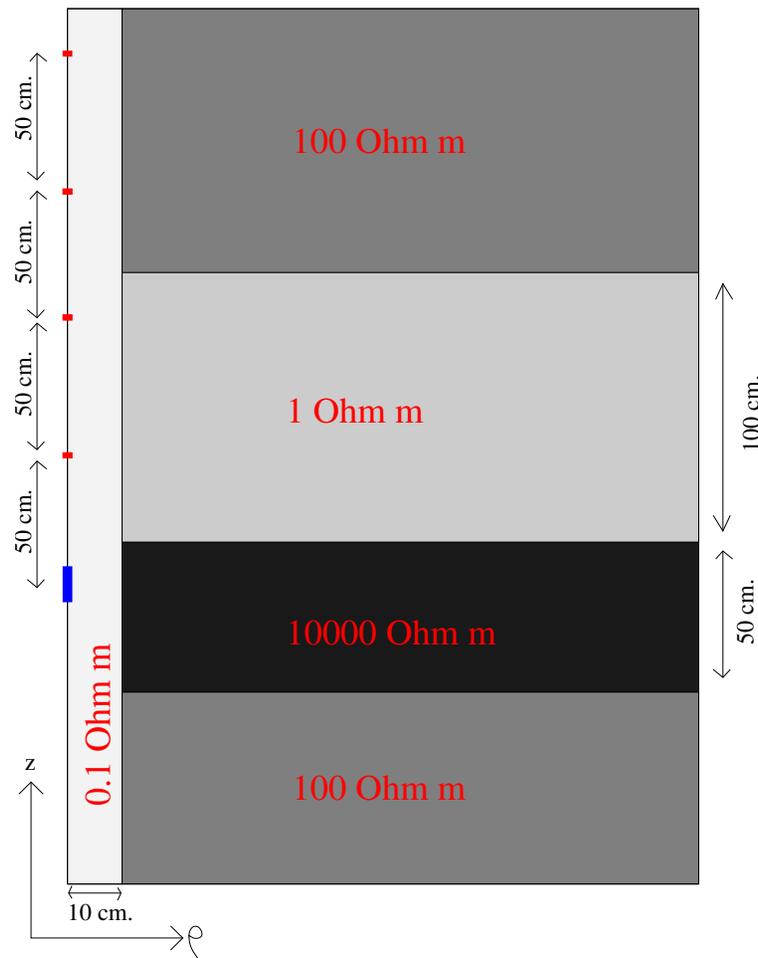
Representar el error $|L(e)| = |b(e, \epsilon)| \leq \sum_K |b_K(e, \epsilon)|$.

Usar la auto-adaptatividad hp basada en la norma de la energía.



RESULTADOS NUMÉRICOS

Simulación de una Herramienta Electromagnética (Baker-Atlas)



Problema con simetría axial.

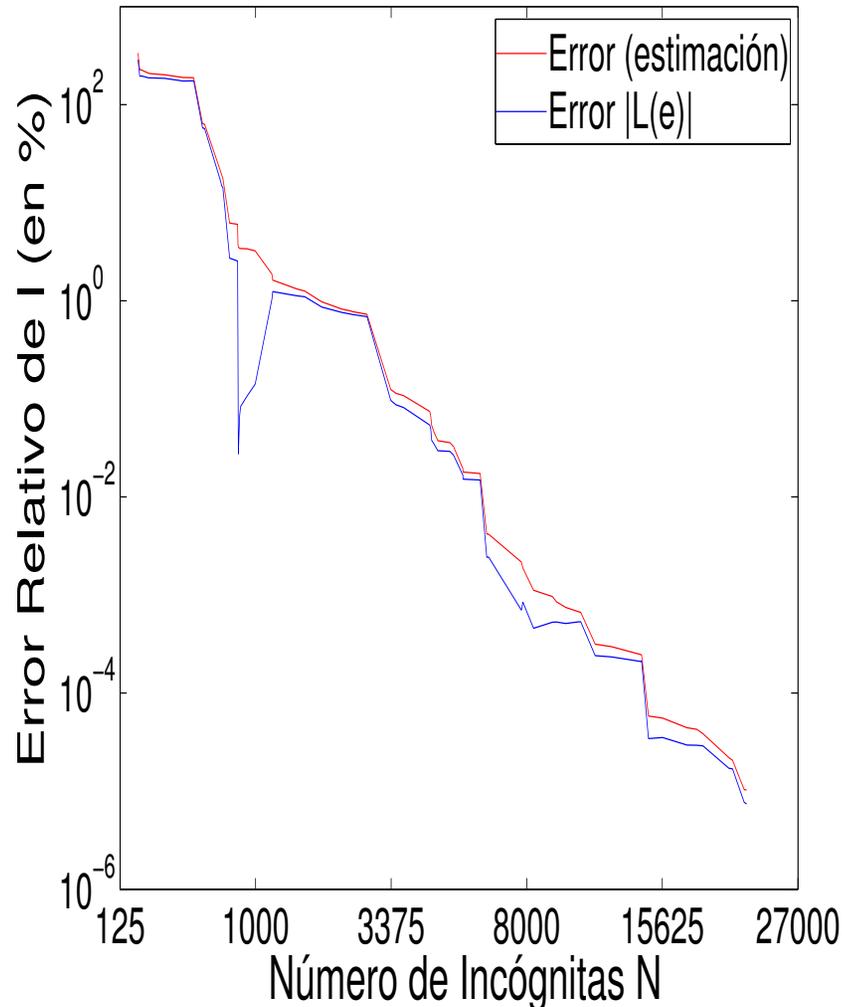
Cuatro materiales diferentes.

Resistividad de los materiales varía en CINCO órdenes de magnitud.

Objetivo: Determinar corriente eléctrica en los electrodos receptores.

RESULTADOS NUMÉRICOS

Convergencia Exponencial



Herramienta electromagnética en un subsuelo formado por cuatro materiales.

Distancia entre el electrodo fuente y receptor: 150cm.

$$|L(e)| \leq \sum_K |b(e, \epsilon)| = \text{Estimación del Error.}$$

Error relativo (en %) vs Error en dB

$$10^{-6} \% = 10^{-7} \text{ dB}$$

$$10^{-4} \% = 10^{-5} \text{ dB}$$

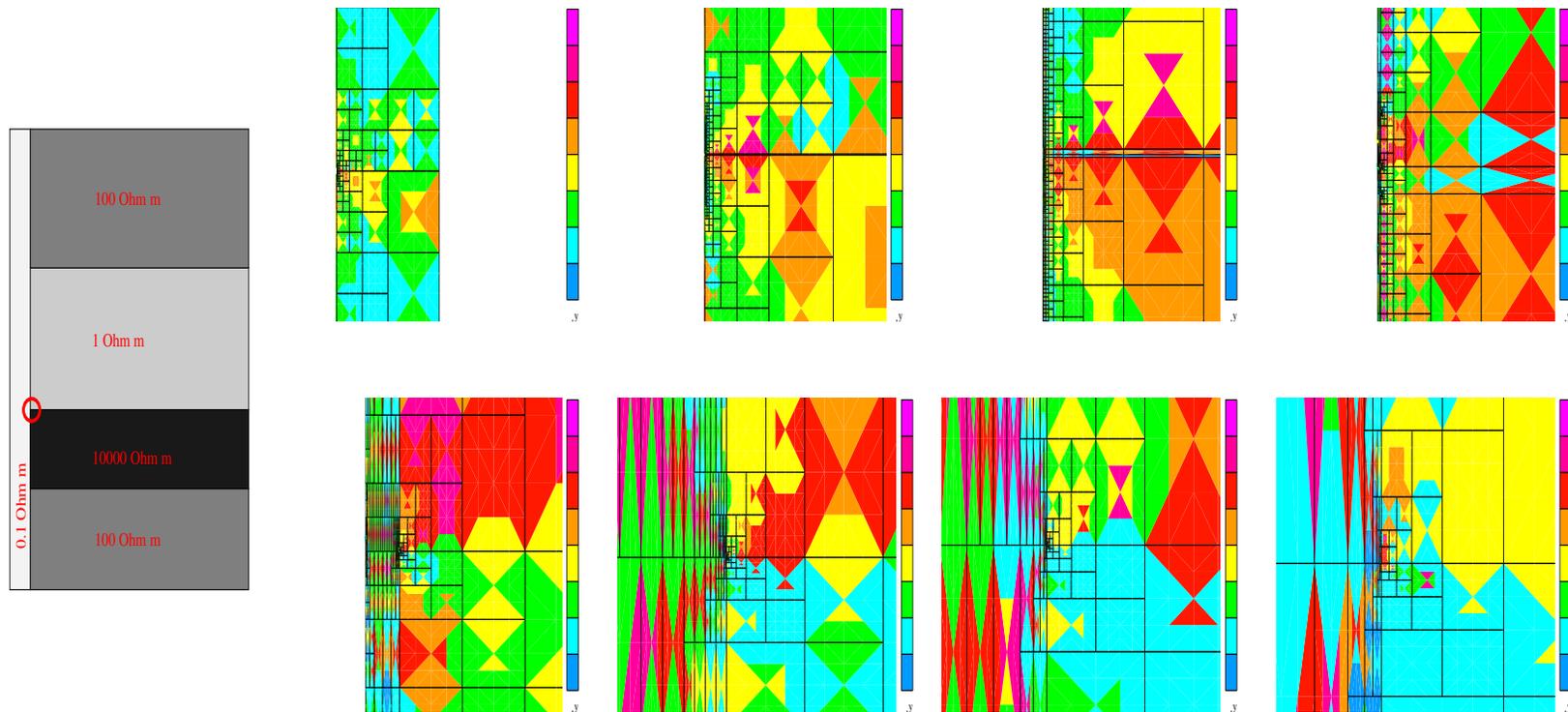
$$10^{-2} \% = 10^{-3} \text{ dB}$$

$$10^0 \% = 10^{-1} \text{ dB}$$

$$10^2 \% = 10^{-1} \text{ dB}$$

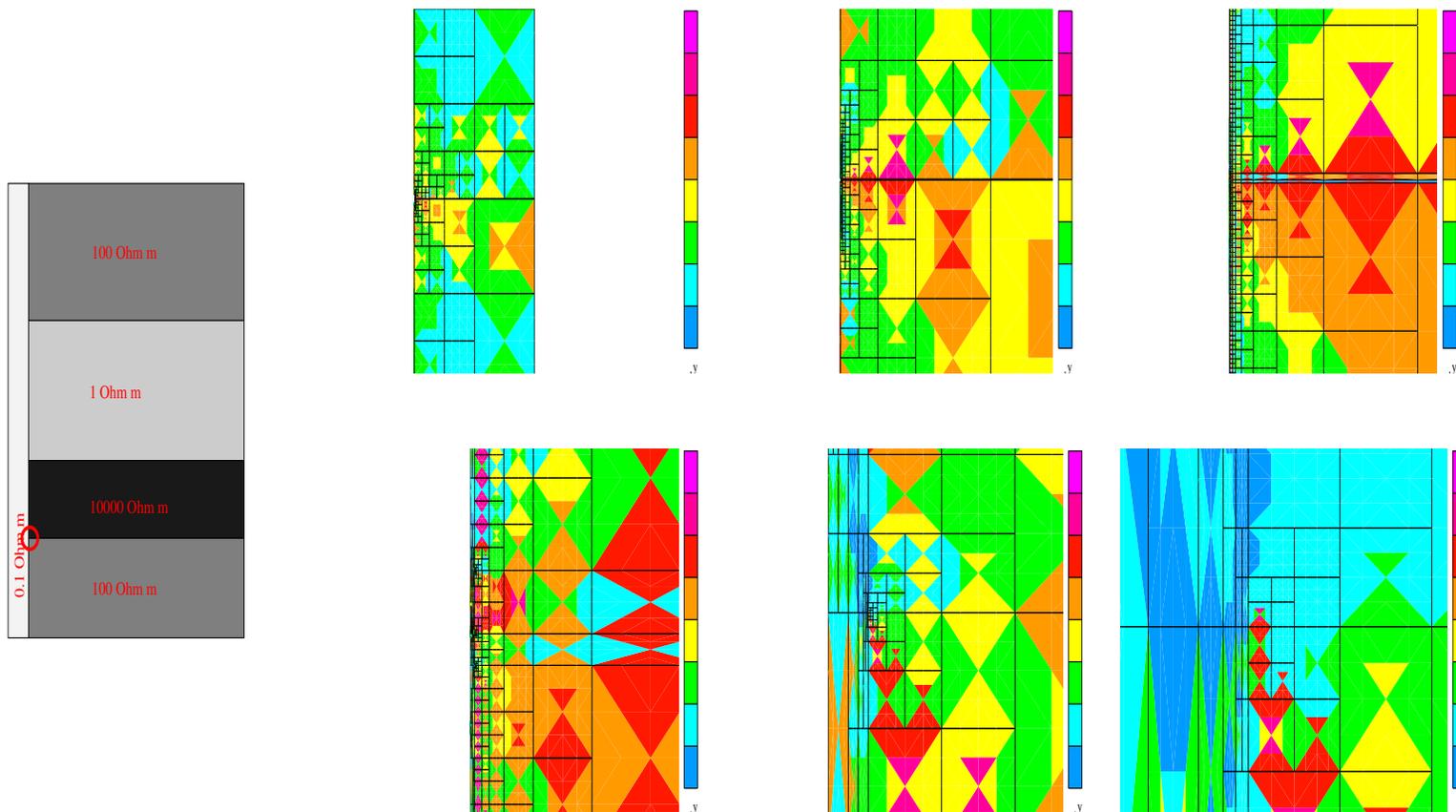
RESULTADOS NUMÉRICOS

Malla final en hp (ampliaciones por un orden de magnitud)



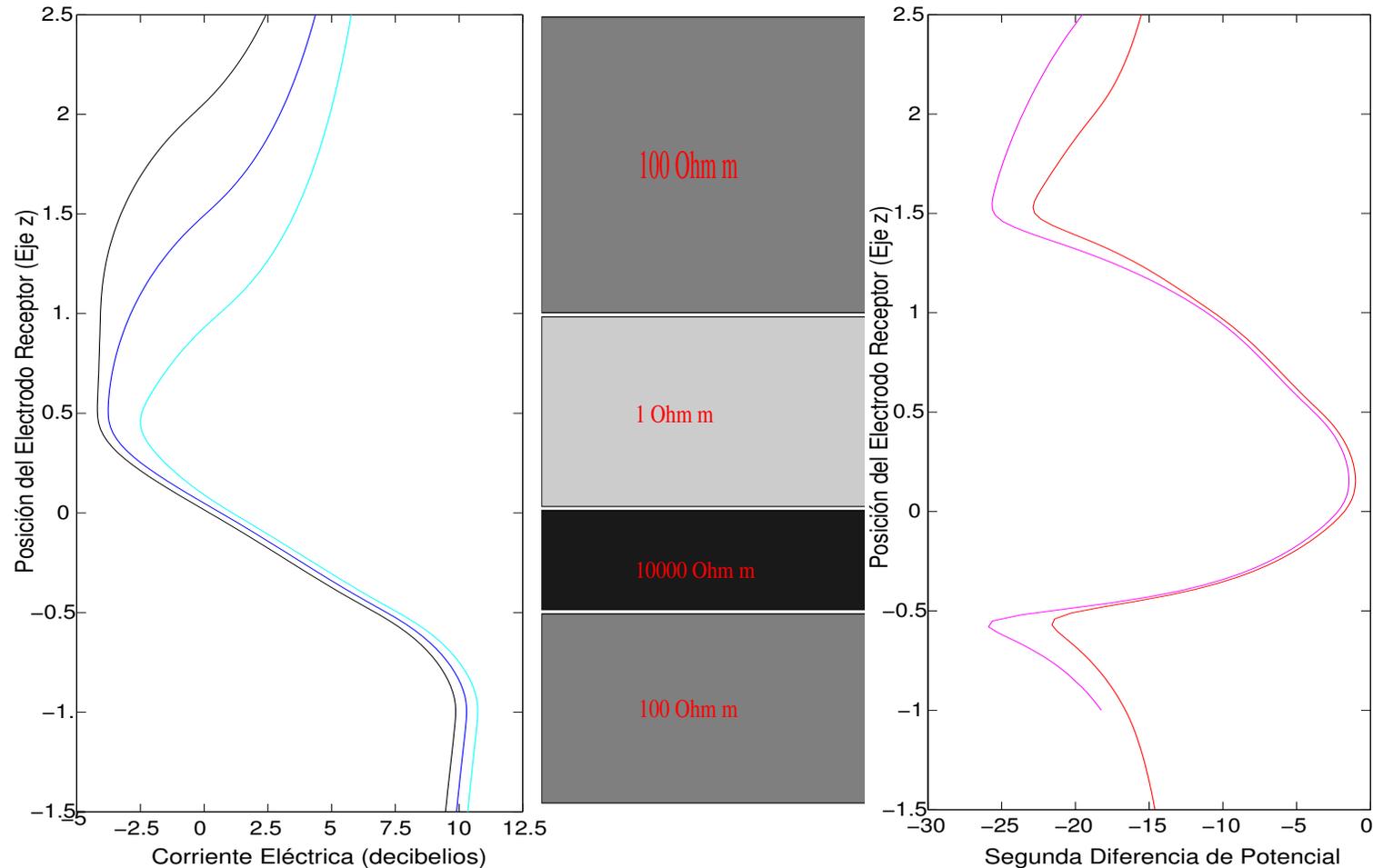
RESULTADOS NUMÉRICOS

Malla final en hp (ampliaciones por un orden de magnitud)



RESULTADOS NUMÉRICOS

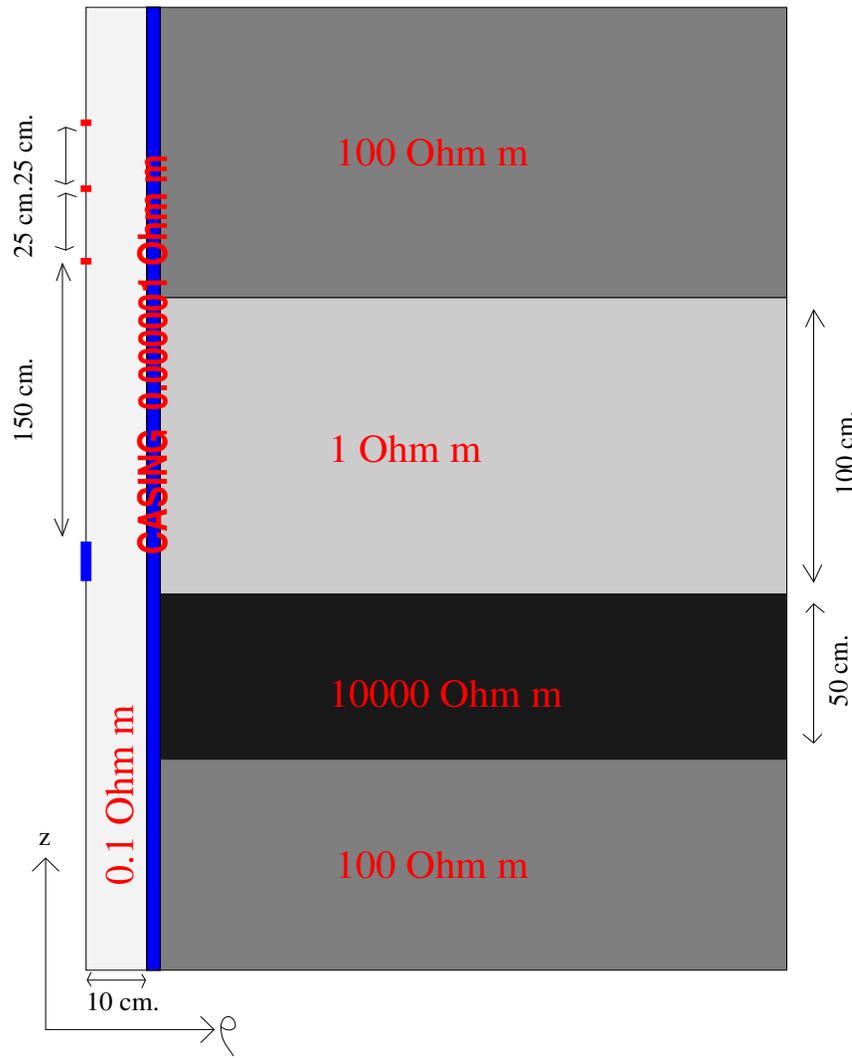
Resultados Obtenidos por el MEF



Distancia entre el electrodo emisor y los electrodos receptores:

0.5 m -azul claro- ; 1.0 m -azul oscuro- ; 1.5 m -negro- 0.5 m -rojo- ; 1.0 m -magenta-

RESULTADOS NUMÉRICOS



Problema con simetría axial.

Cinco materiales diferentes.

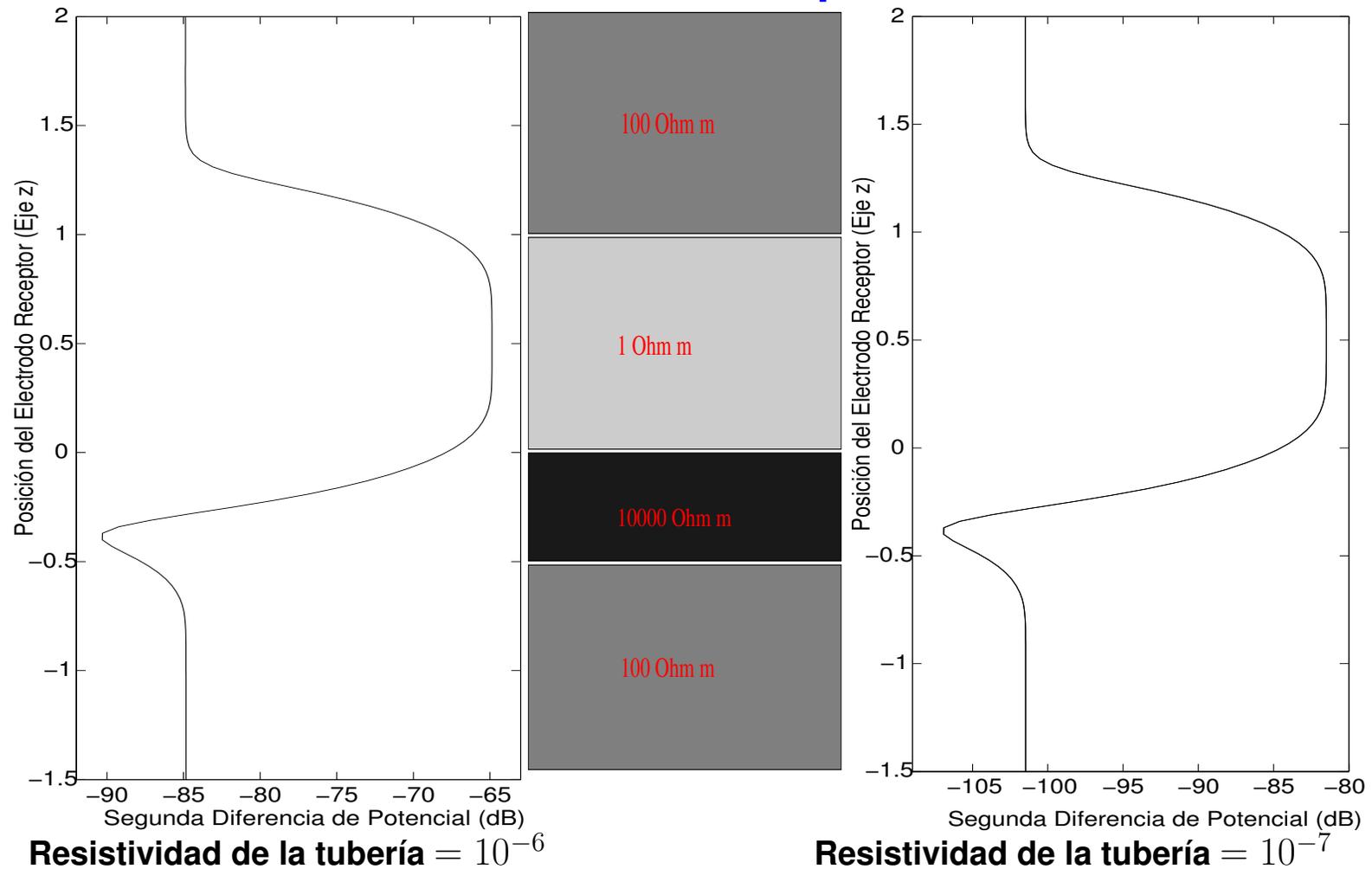
Dominio computacional:
VARIOS KILÓMETROS.

Resistividad de los materiales
varía en DIEZ órdenes de
magnitud (10000000000!!!).

**Objetivo: Determinar segunda
diferencia de potencial en los
electrodos receptores.**

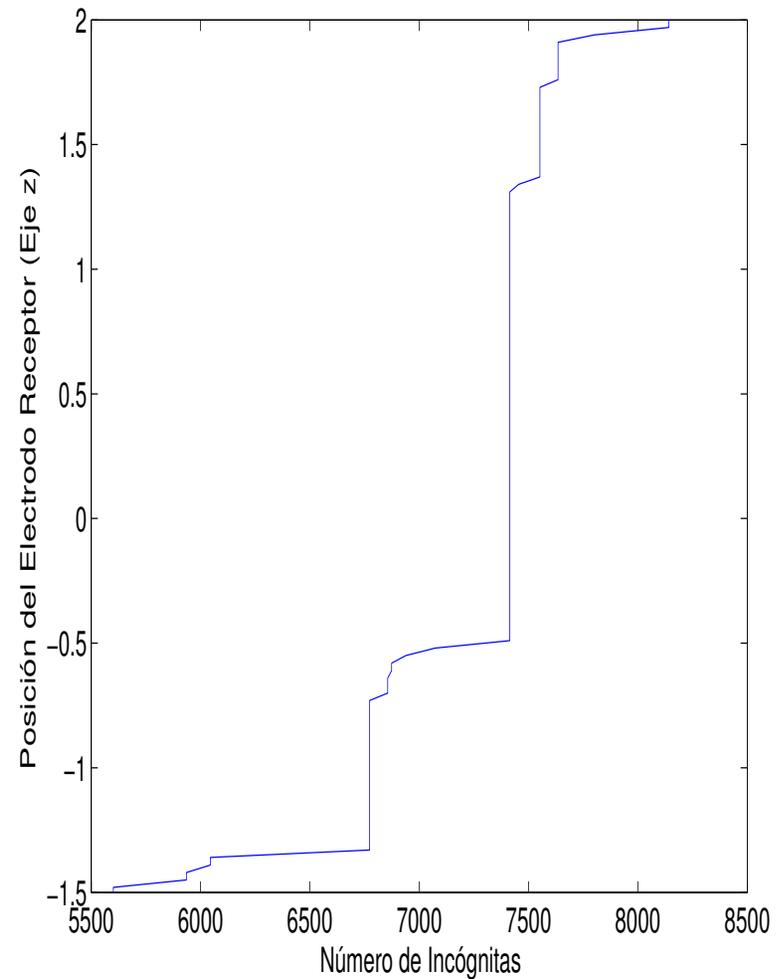
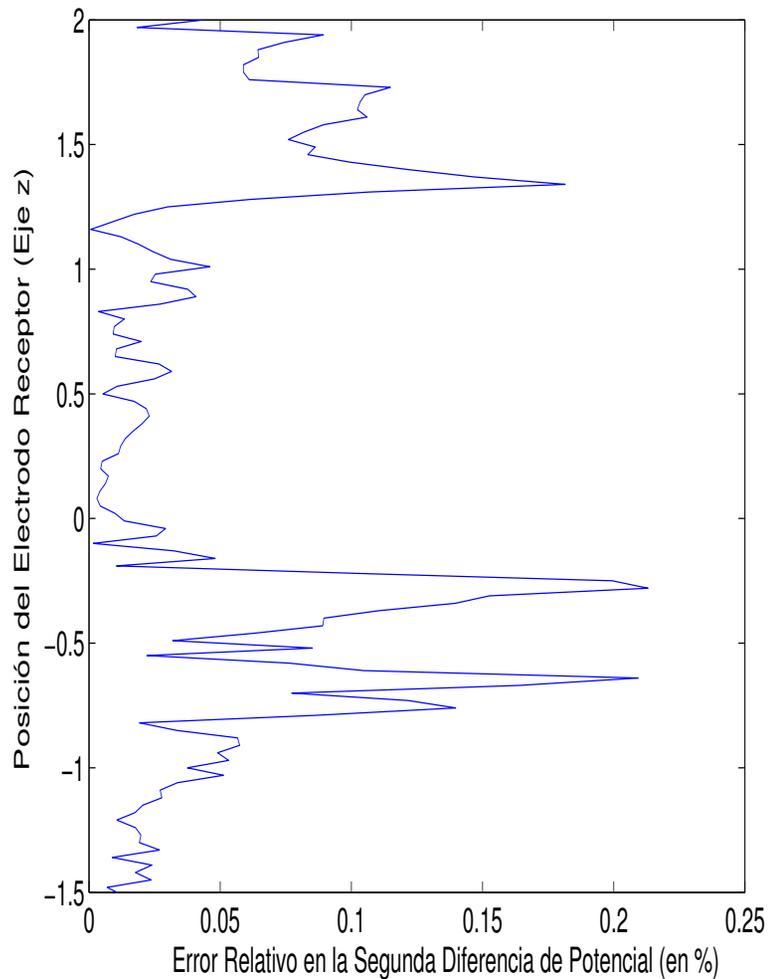
RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados Obtenidos por el MEF



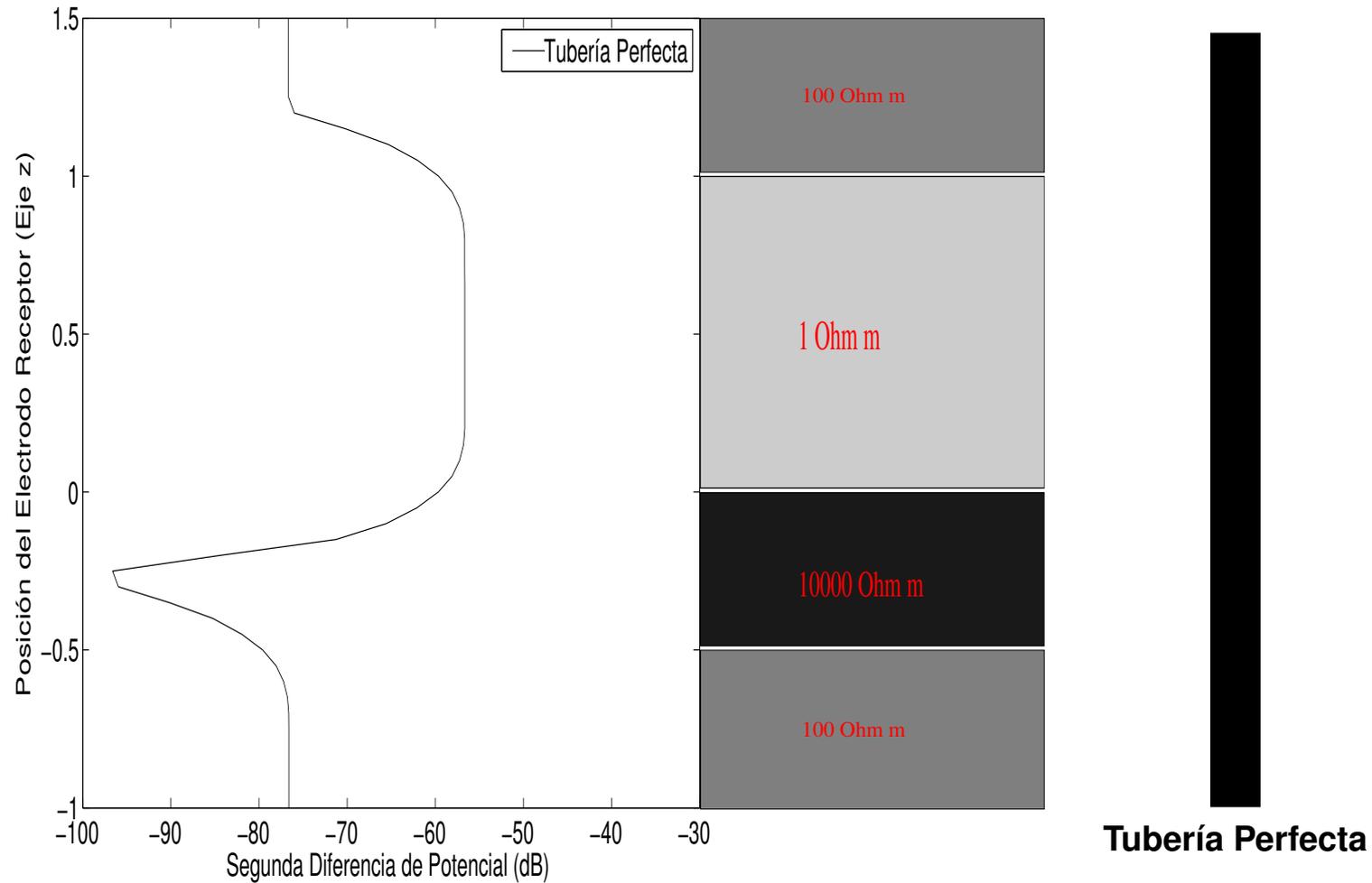
RESULTADOS NUMÉRICOS

Error Numérico



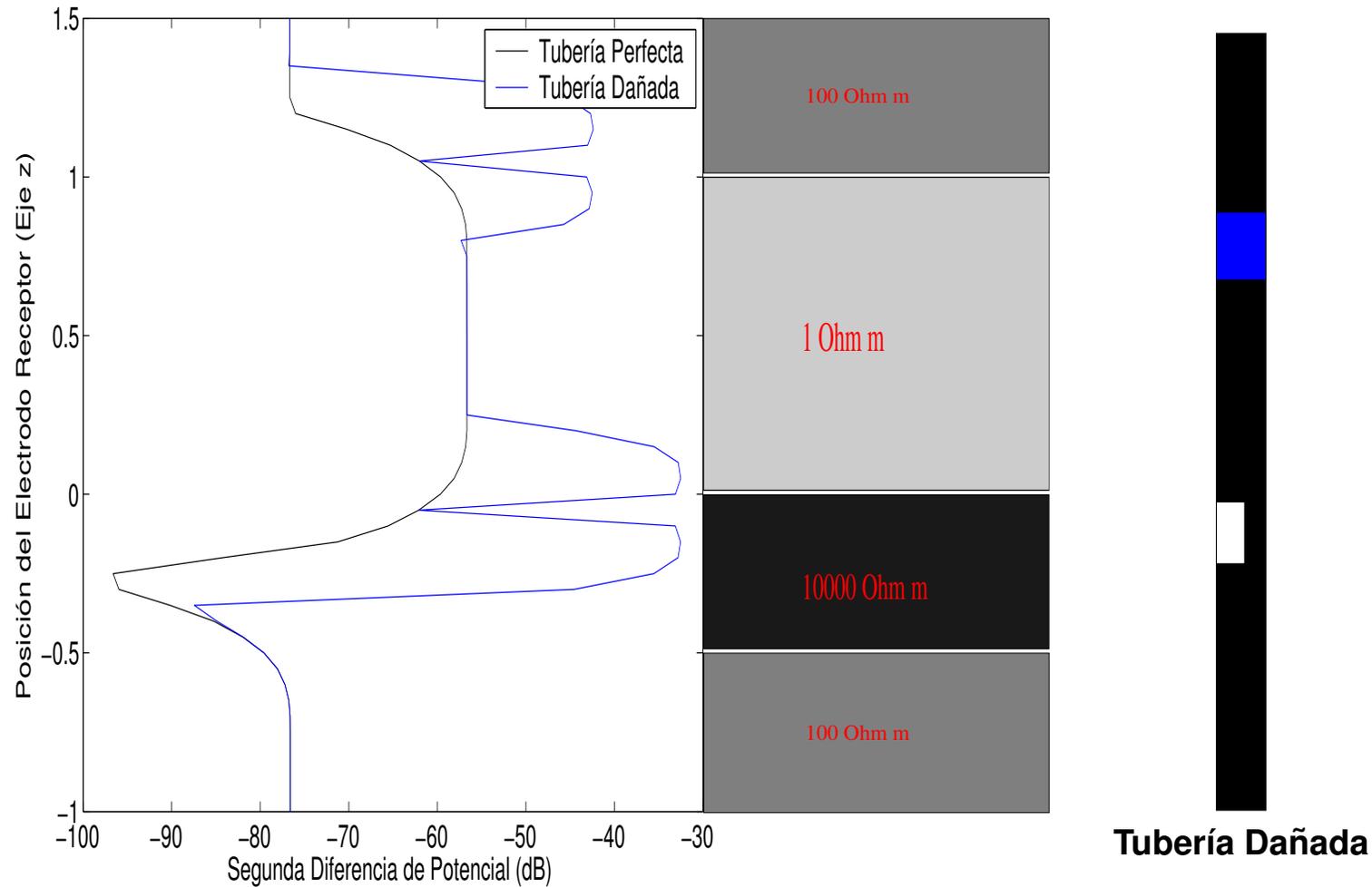
RESULTADOS NUMÉRICOS

Medición de Resistividad a Través de Una Tubería Perfecta



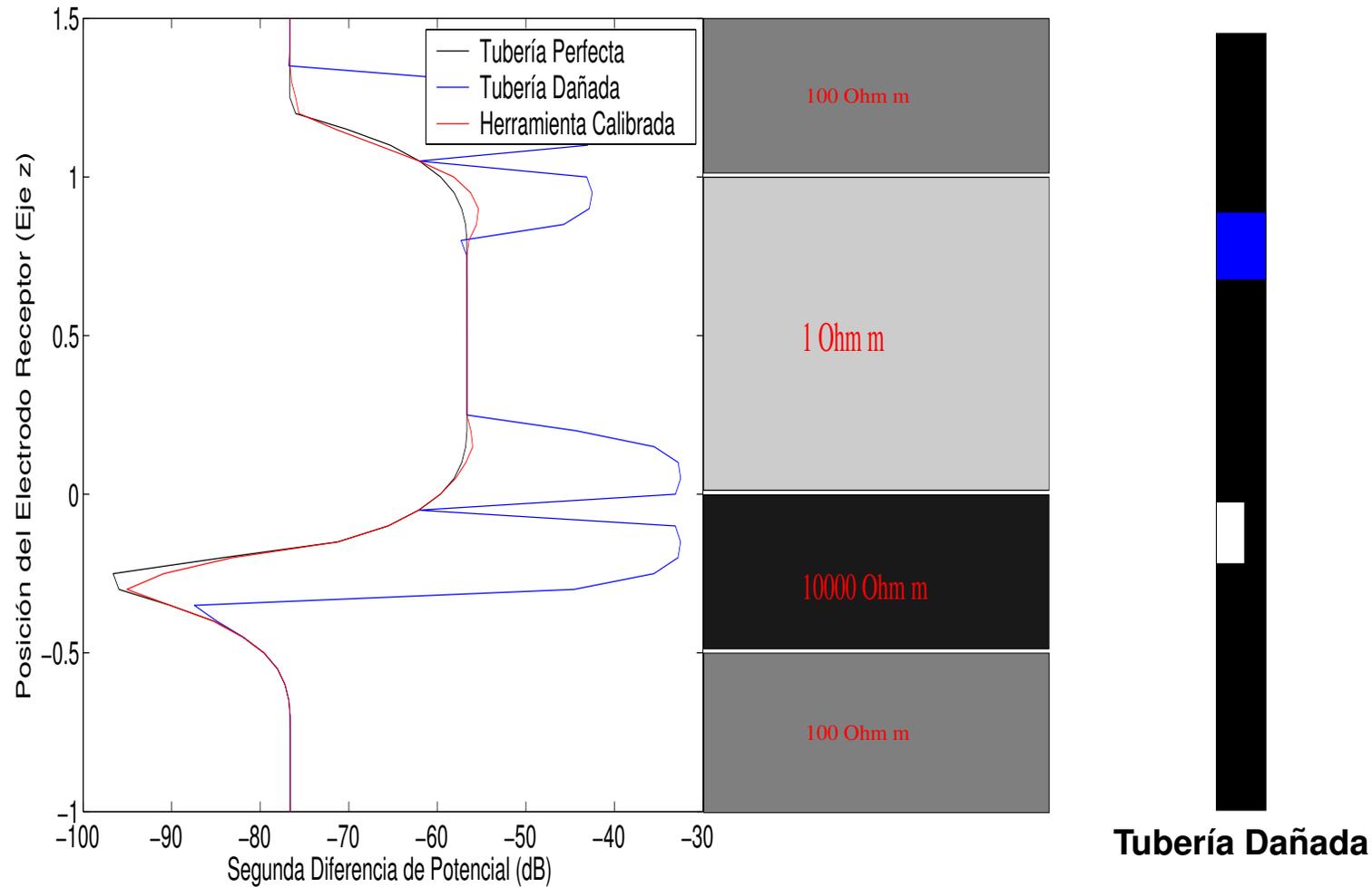
RESULTADOS NUMÉRICOS

Medición de Resistividad a Través de Una Tubería Dañada

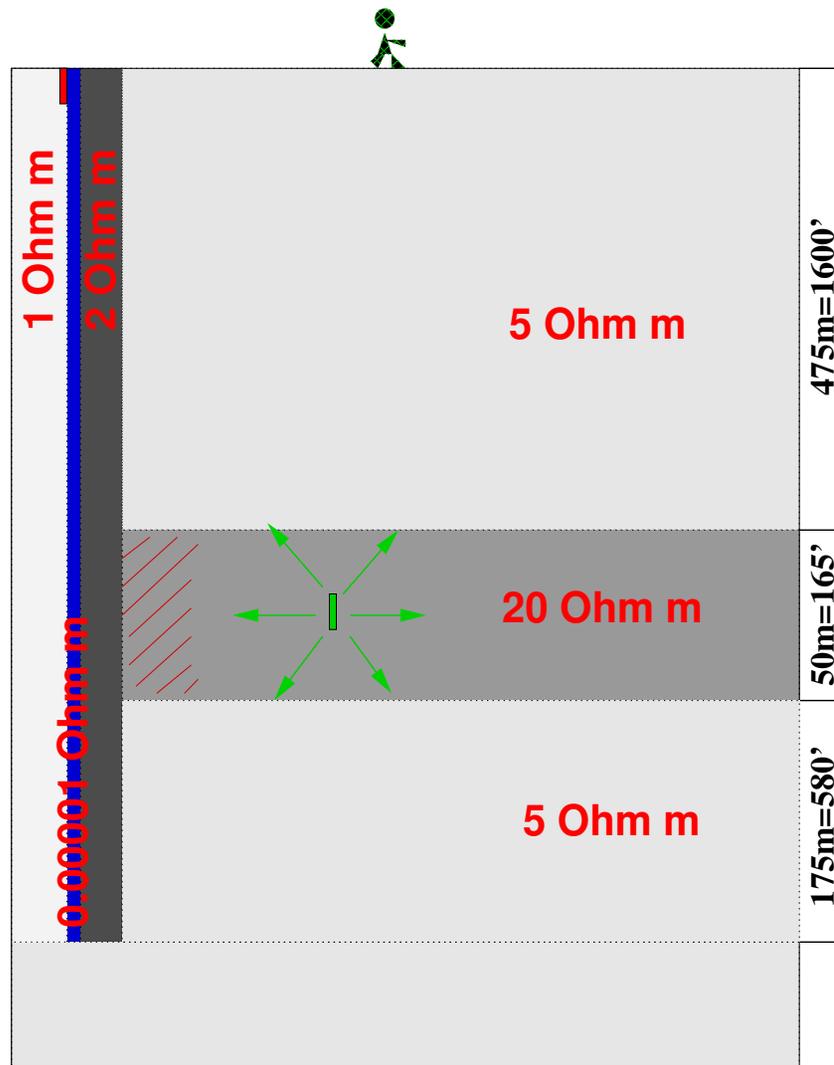


RESULTADOS NUMÉRICOS

Medición de Resistividad a Través de Una Tubería Dañada



RESULTADOS NUMÉRICOS



5.5" Borehole radio ; 0.5" Casing ; 2" Cement

Problema con simetría axial
propuesto por SHELL.

Cinco materiales diferentes.

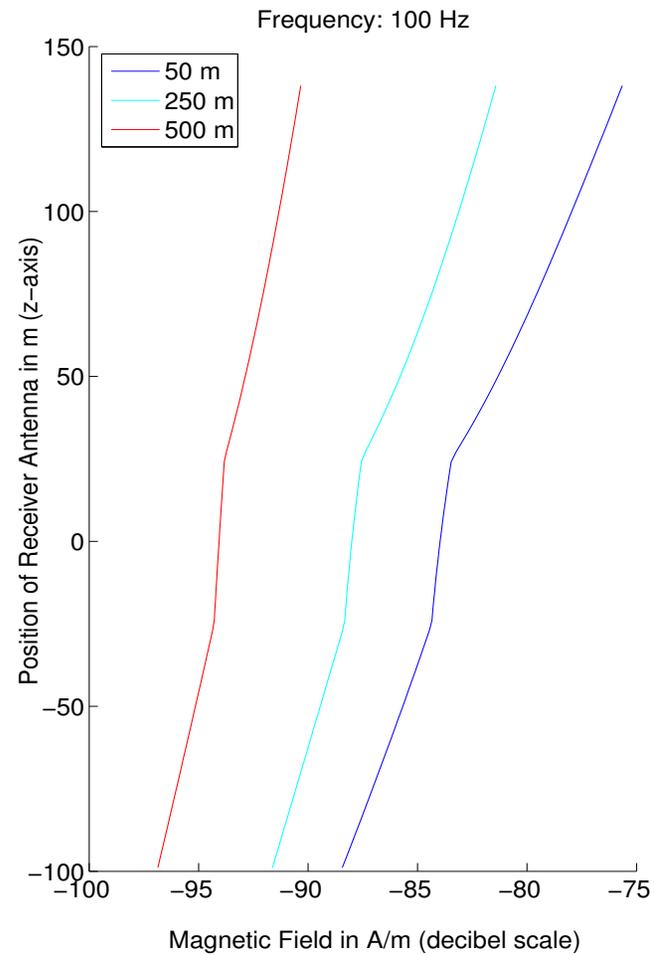
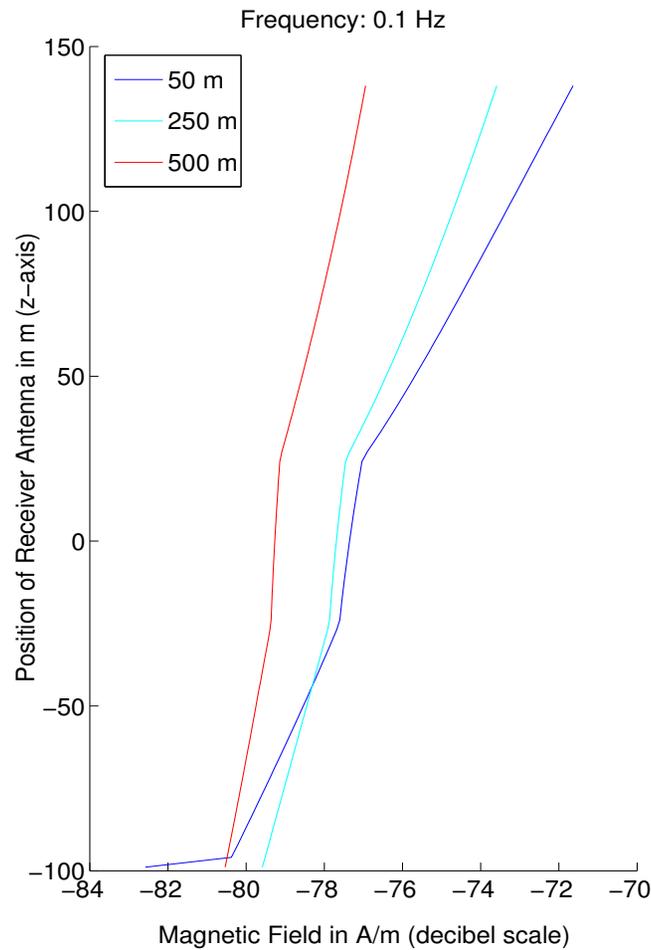
Distintas posiciones de la
antena receptora.

Distancia entre el emisor y el
receptor: 400-800 metros.

**Objetivo: Determinar la
primera diferencia de potencial
en los electrodos receptores.**

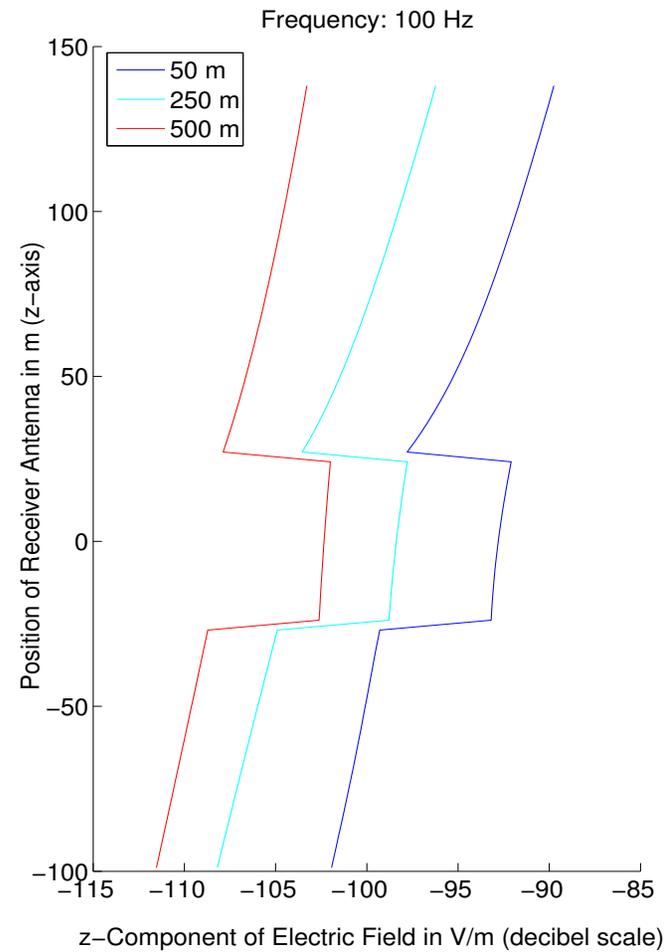
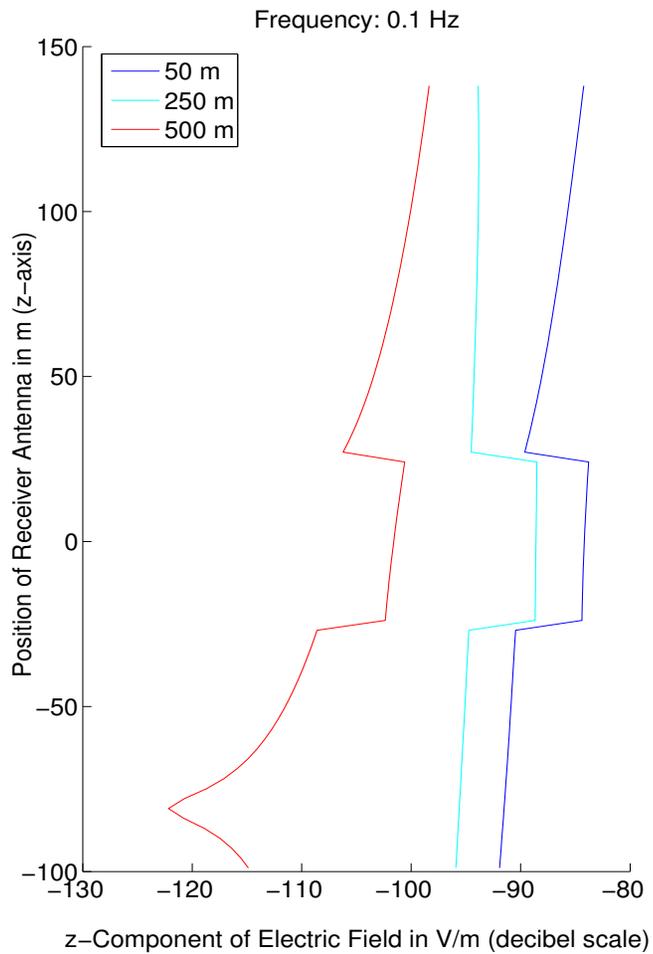
RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados Obtenidos por el MEF



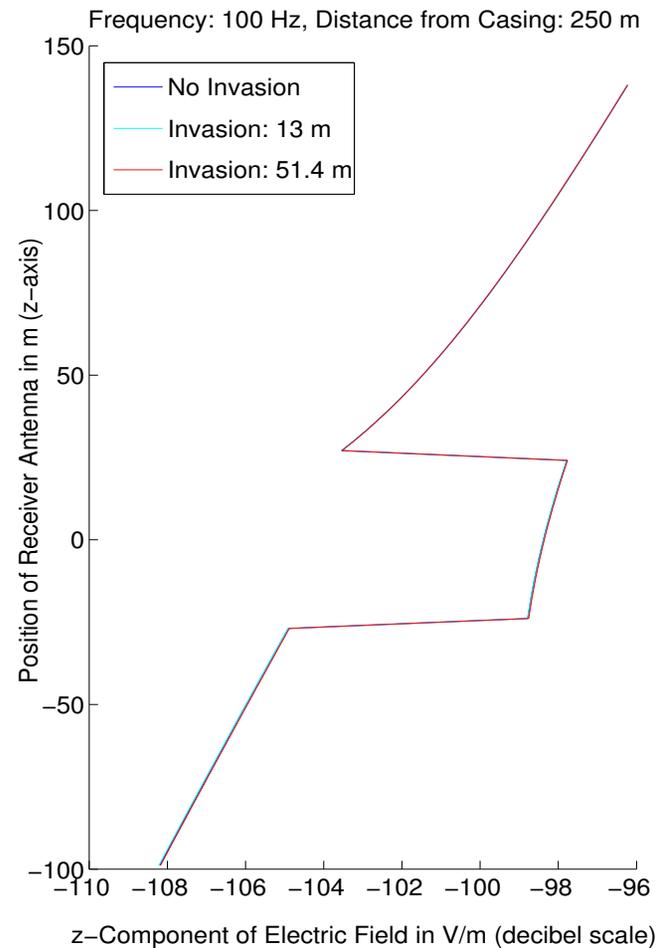
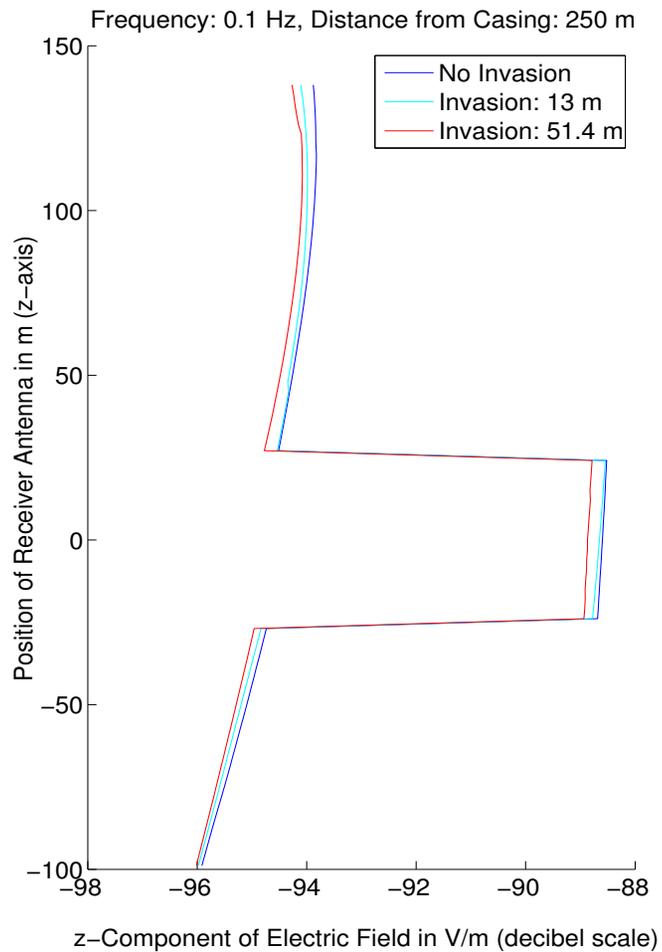
RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados Obtenidos por el MEF

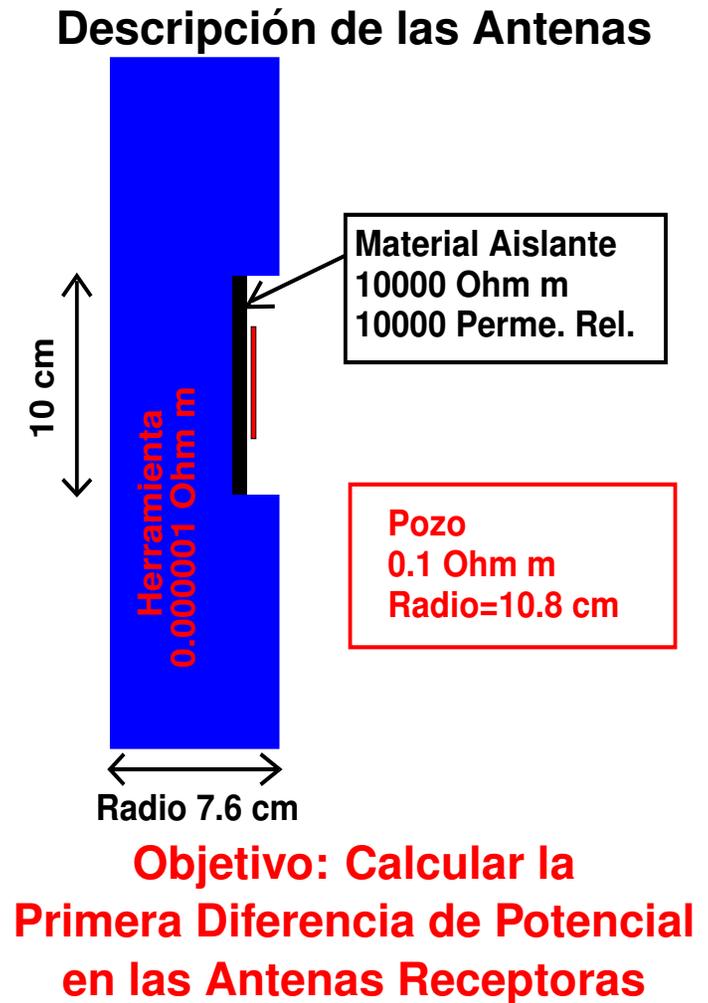
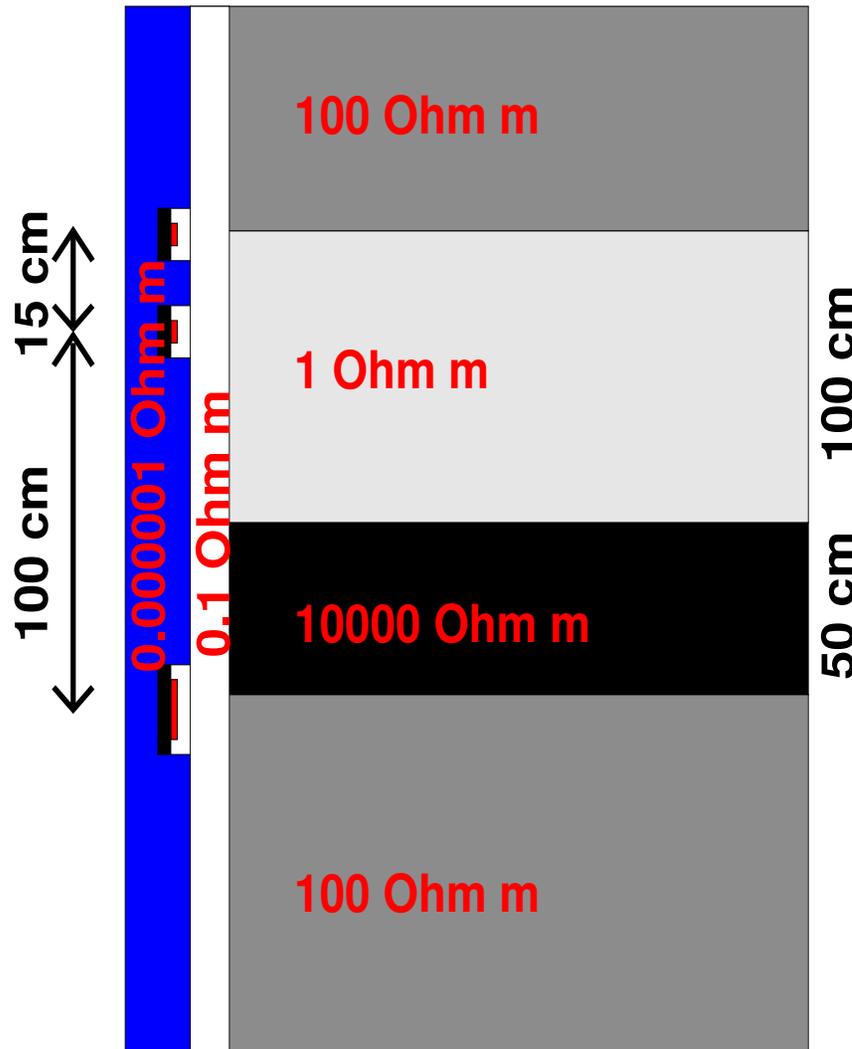


RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados Obtenidos por el MEF

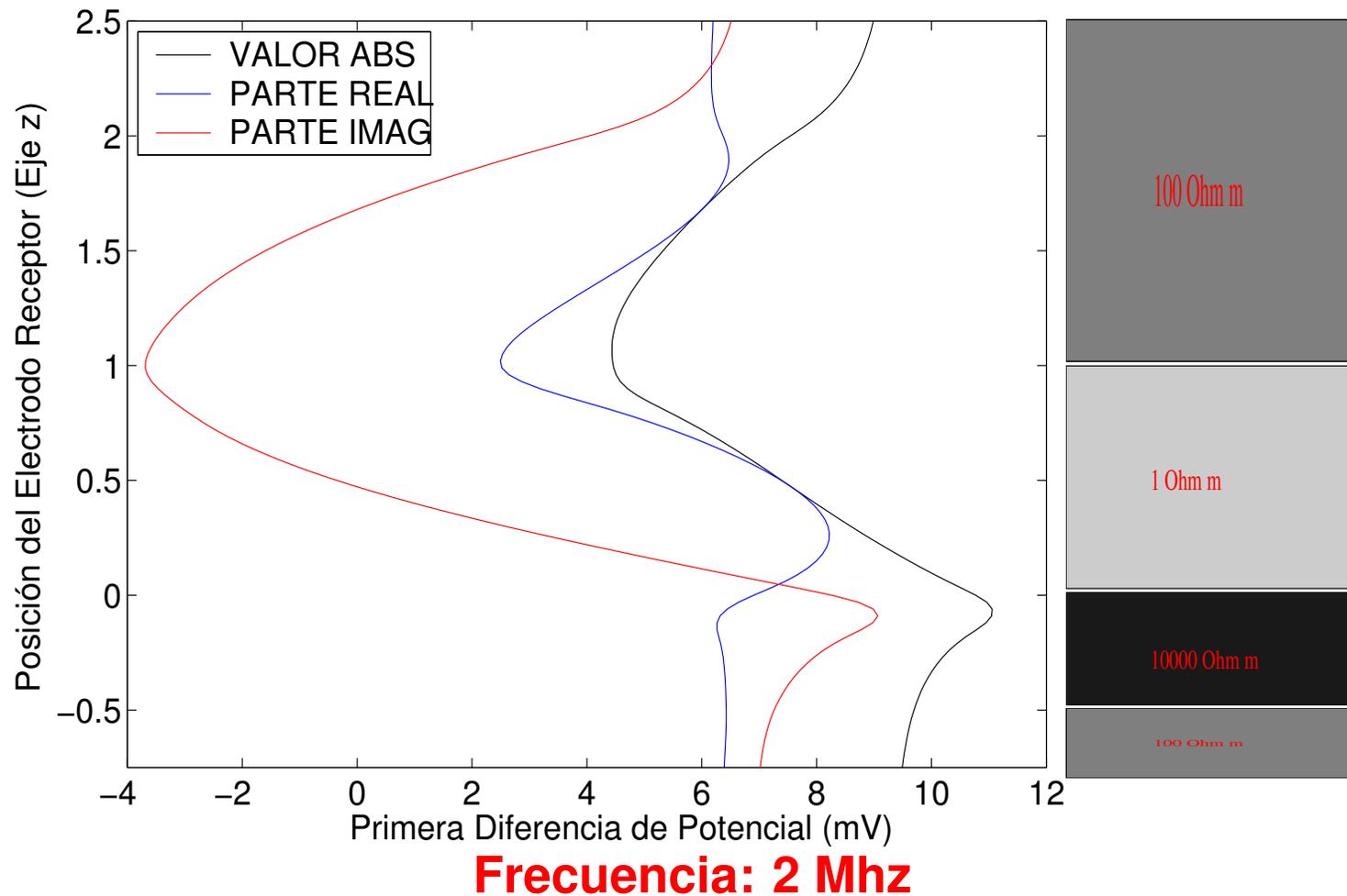


RESULTADOS NUMÉRICOS



RESULTADOS NUMÉRICOS

Resultados Obtenidos por el MEF



CONCLUSIONES

Conclusiones

- La estrategia automática de refinamientos en *hp* 'orientada a un objetivo' converge exponencialmente en términos de la cantidad de interés (determinada por el usuario) con respecto al tiempo necesario para resolver el problema.
- Hemos simulado herramientas electromagnéticas en pozos petrolíferos, garantizando unos niveles de error numérico mínimos.

Trabajo Futuro

- Ampliar la estrategia de refinamientos 'orientada a un objetivo' a problemas tridimensionales.
- Simular y diseñar herramientas electromagnéticas tridimensionales.

Institute for Computational Engineering and Sciences